



**UNIVERSITÄT ROSTOCK**

Universität Rostock  
Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik

# **Propellertheorie**

**Prof. Dr.- Ing. Nikolai Kornev**

**Rostock  
2009**



# INHALTSVERZEICHNIS

Abbildungsverzeichnis	9
Vorwort	13
1. Einführung	15
1.1    Klassifikation der Antriebe	15
1.1.1    Schaufelrad	15
1.1.2    Schraubenpropeller	18
1.1.3    Voith Schneider Propeller	25
1.1.4    Wasserstrahlantrieb	25
1.1.5    Gaswasserstrahlantrieb	26
1.2    Geometrie des Schraubenpropellers	27
1.3    Hydrodynamische Eigenschaften des Propellers in der Freifahrt	32
1.4    Geschwindigkeitsrelationen am Blattprofil	33
Übungen	36
2. Hydrodynamik des Blattprofils	37
2.1    Profilgeometrie	37
2.2    Physik der Blattungströmung	38
2.3    Profiltheorie des Schraubenpropellers	42
Übungen	48
3. Kavitation	49
3.1    Entdeckung der Kavitation an Schiffspropellern	49
3.2    Physik der Kavitationserscheinung	50
3.3    Herkunft der Kavitationskeime	51
3.4    Kavitationszahl und Kavitationsdiagramm	52
3.5    Kavitationsarten	54
3.6    Einfluss der Flächenkavitation auf die Profilcharakteristiken	57
3.7    Entwicklung der Kavitation am Propellerblatt.	59
3.8    Einfluss der Flächenkavitation auf die Propellerhydrodynamik	60
3.9    Einfluss der Blasen kavitation, Erosion und Kavitationsgeräusche	61
3.10    Vermeidung von Kavitationserscheinungen	63
3.11    Vorhersage und Vermeidung von Kavitation in einer früheren Entwurfsphase	65

3.12	Entwurf der kavitationsfreien Profile	65
	Übungen	67
4.	Experimentelle Untersuchung der Propeller	69
4.1	Ähnlichkeitsbedingungen für Freifahrtversuche	69
4.2	Serienversuche. Propellerdiagramme	75
4.3	Benutzung der Propellerdiagramme für Propellerentwurf	75
4.3.1	Methode 1	76
4.3.2	Methode 2	77
4.3.2.1	Entwurfsproblem 1	78
4.3.2.2	Entwurfsproblem 2	80
4.4	Propulsionsversuche	80
4.5	Experimentelle Methoden der Untersuchung der Kavitation	82
	Übungen	85
5.	Strahltheorie des Propellers	87
5.1	Annahmen der Strahltheorie	87
5.2	Kinematische Wirkung der Propellerwirkfläche auf die Strömung	88
5.3	Theorem (Hypothese) von Froude	90
5.4	Verhältnisse zwischen den induzierten Geschwindigkeiten	91
5.5	Idealer Antrieb	92
5.6	Optimaler Antrieb	94
5.7	Düsenpropeller	97
5.8	Anwendung der Strahltheorie auf die Windturbinen	98
	Übungen	102
6.	Wirbeltheorie des Propellers	103
6.1	Einleitung	103
6.2	Grundzüge der Strömungsmechanik	104
6.2.1	Wirbellinie, Wirbelrohr und Zirkulation	104
6.2.2	Induzierte Geschwindigkeiten	106
6.2.3	Wirbelschichten	108
6.2.4	Theorem von Joukowski für einen elementaren Wirbelabschnitt	110
6.3	Betrachtung des mathematischen Problems für dünne Flügel	111
6.4	Saugkraft	114
6.5	Wirbelmodell des Propellers bei stationären Betriebszuständen	115
	Übungen	119

7. Traglinientheorie des Propellers	121
7.1    Wirbelmodell	121
7.2    Induzierte Geschwindigkeiten	124
7.3    Berücksichtigung der Nabe	127
7.4    Mäßig belastete Propeller	127
7.5    Verteilung der Zirkulation entlang des Radius	128
7.6    Gleichung der Traglinientheorie für einen Propeller	130
7.7    Berechnung des Schubes und des Drehmomentes	132
7.8    Propeller mit geringstem Energieverlust	132
7.9    Grenzen der Anwendbarkeit der Traglinientheorie	134
Übungen	134
8. Tragflächentheorie des Propellers	135
8.1    Schwach belastete Propeller	135
8.2    Mäßig belastete Propeller	138
8.3    Stark belastete Propeller	140
8.4    Empirische Ansätze für die Lage der Wirbelschlepe	143
8.5    Numerische Lösung der Integralgleichung. Wirbelgitterverfahren	143
8.6    Propellerentwurf mittels Tragflächentheorie	145
8.7    Korrektur der Lösung im Bereich der Eintrittskante	146
8.8    Berechnung der Saugkraft	150
8.9    Anlage : Die Programme zur Berechnung von Schiffschrauben	153
Übungen	154
9. Paneelmethoden in der Propellertheorie	155
9.1    Einführung	155
9.2    Theoretische Grundlagen der Paneelmethoden	155
9.2.1  Mathematische Problemstellung	155
9.2.2  Integralgleichungen der Paneelmethoden	159
9.3    Numerische Methode zur Lösung der Integralgleichung	160
9.4    Einsatzgebiet von Paneelmethoden	166
Übungen	166
10. CFD RANS in der Propellertheorie	169
10.1    Einführung	169

10.2	Gleichungen der CFD RANS	169
10.3	Turbulenzmodelle	170
10.4	Numerische Lösung	173
10.5	Zwei Modelle zur Darstellung des Propellers	175
10.6	Gitter für Propelleranwendungen	175
10.7	Einige ausgewählte Ergebnisse	176
10.7.1	Ergebnisse für die Freifahrt	176
10.7.2	Ergebnisse für den Nachstrom und Nachlauf	179
10.7.3	Ergebnisse für den Propeller mit dem Schiff	180
10.8	Modellierung der Kavitation mittels CFD RANS Methoden	181
	Übungen	186
11.	Wechselwirkung zwischen Schiff und Propeller	187
11.1	Einführung	187
11.2	Mitstrom	188
11.3	Sogeffekt	192
11.4	Gütergrad der Propulsion	193
11.5	Experimentelle Ermittlung der Propulsionsfaktoren	196
11.6	Empirische Formeln zur Berechnung der Wechselwirkung zwischen Schiff und Propeller. Mitstromziffer und Sogziffer	198
	Übungen	200
12.	Vom Propeller induzierte periodische Kräfte	201
12.1	Periodische hydrodynamische Kräfte	201
12.2	Periodische hydrodynamische Kräfte, die über die Welle zum Schiff übertragen werden	202
12.2.1	Berechnung der periodischen hydrodynamischen Kräfte	202
12.2.2	Maßnahmen zur Reduzierung des hydrodynamischen Anteils der periodischen Kräfte	207
12.3	Periodische hydrodynamische Kräfte, die über das Wasser zum Schiff übertragen werden	208
12.4	Periodische mechanische Kräfte	209
12.5	Begriffe der Propellerakustik	210
	Übungen	211
13.	Hinweise zum Propellerentwurf	213

13.1	Maßnahmen zur Erhöhung der Effizienz der Propeller	213
13.1.1	Energieverluste an Schiffsantrieben	213
13.1.2	Reduzierung der Verluste infolge Axialgeschwindigkeiten	214
13.1.3	Reduzierung der Verluste infolge Umfanggeschwindigkeiten	215
13.1.4	Erhöhung der Effizienz durch Ausnutzung des Nachstromes.	218
13.2	Auswahlrichtlinien für Propeller	218
13.2.1	Propellerzahl	218
13.2.2	Flügelzahl	219
13.2.3	Flächenverhältnis	219
13.2.4	Steigungsverhältnis	220
13.2.5	Anordnung des Propellers hinter dem Rumpf	220
13.3	Anpassung des Motors und des Antriebs	221
	Übungen	224
14.	Hydrodynamik der Wasserstrahlantriebe	225
	Übungen	230
	Literatur	231



## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abb. 1.1: Klassifizierung der Schiffsantriebe	16
Abb. 1.2: Dampfer mit Schaufelrad	16
Abb. 1.3: Wirkungsschema des Schaufelrades	17
Abb. 1.4: Geschwindigkeiten am Schaufelrad	17
Abb. 1.5: Einschrauber	19
Abb. 1.6: Propellerentwicklungen	19
Abb. 1.7: Wirkungsschema des Schraubenpropellers	20
Abb. 1.8: Düsenpropeller	20
Abb. 1.9: Strömungsform ohne und mit Zustromdüse	21
Abb. 1.10: Leitflügel	21
Abb. 1.11: Gegenläufiger Propeller	22
Abb. 1.12: Verstellpropeller	23
Abb. 1.13: Ruderpropeller	23
Abb. 1.14: Pod Antrieb	23
Abb. 1.15: Surface Piercing Propeller	24
Abb. 1.16: Voith Schneider Propeller	25
Abb. 1.17: Wasserstrahlantrieb	26
Abb. 1.18: Schema eines Gaswasserstrahlantriebes	27
Abb. 1.19: Geometrische Parameter des Propellers	28
Abb. 1.20: Typische Blattkonturen	28
Abb. 1.21: Rake	30
Abb. 1.22: Skew „back“	30
Abb. 1.23: Propellerzeichnung	31
Abb. 1.24: Propellerkennlinien	34
Abb. 1.25: Geschwindigkeitsrelationen am Blattprofil	34
Abb. 1.26: Zur Erklärung der Richtungen der Geschwindigkeiten $w_1$ und $V_R$	35
Abb. 1.27: Zur Aufgabe 2	36
Abb. 2.1: Typische Propellerprofile	37
Abb. 2.2: Geometrische Parameter des Blattprofils	37
Abb. 2.3: Typische Druckverteilung	39
Abb. 2.4: Profilmströmung ohne und mit Ablösung	39
Abb. 2.5: Reynoldszahl- und Anstellwinkelabhängigkeit des Auftriebes	40
Abb. 2.6: Wirbelsystem des Flügels	41
Abb. 2.7: Wirbelschema eines Propellers	41
Abb. 2.8: Zur Erklärung der Entstehung der Zirkulation um ein Profil	42
Abb. 2.9: Hydrodynamische Beiwerte eines Blattprofils	44
Abb. 2.10: Paneelmethode	45
Abb. 2.11: Schematische Darstellung der Auftriebsverteilung	47
Abb. 3.1: Parsons Schiff „Turbinia“ (1894)	49
Abb. 3.2: Luftblase in der Pore und freie Luftblase	52
Abb. 3.3: Kavitationsdiagramm eines Profils	53

Abb. 3.4:	Typisches Kavitationsdiagramm für Propeller	54
Abb. 3.5:	Spitzenwirbelkavitation	55
Abb. 3.6:	Blasen kavitation	55
Abb. 3.7:	Flächen kavitation	56
Abb. 3.8:	Kavitationserscheinungen am Propeller eines Ro-Ro Schiffes.	56
Abb. 3.9:	Schematische Verteilung des Druckbeiwertes an einem Profil	57
Abb. 3.10:	Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes von der Kavitationszahl	58
Abb. 3.11:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Kavitationszahl	59
Abb. 3.12:	Kavitationsausdehnung an Modellpropellern der Wageningen Serie	59
Abb. 3.13:	Propellerkennlinien mit Kavitation	60
Abb. 3.14:	Abhängigkeit des Schubes und der Schiffsgeschwindigkeit von der Drehzahl	61
Abb. 3.15:	Erosion am Propeller	62
Abb. 3.16:	Materialzerstörung durch Bildung der kumulativen Strahlen	62
Abb. 3.17:	Burill Diagramm	64
Abb. 4.1:	Freifahrtgerät des Propellerfreifahrtversuches	69
Abb. 4.2:	Freifahrtgerät des Propellerfreifahrtversuches	70
Abb. 4.3:	Freifahrtkennlinien des Propellers	70
Abb. 4.4:	Propellerzeichnung der Wageningen Serie	75
Abb. 4.5:	Schematische Illustrierung der Methode 1	77
Abb. 4.6:	Umgestaltung des Propellerdiagramms	78
Abb. 4.7:	Diagramm zum Propellerentwurf	79
Abb. 4.8:	Berücksichtigung des Reibungsabzuges beim Propulsionsversuch	81
Abb. 4.9:	Kavitationstank	83
Abb. 4.10:	Kavitationsschlepprinne	83
Abb. 5.1:	Schematische Verteilungen der axialen Geschwindigkeit und des Druckes im Strahl entlang der Propellerachse	87
Abb. 5.2:	Zur Herleitung der Formel (5.1)	90
Abb. 5.3:	Idealer Wirkungsgrad $\eta^{opt}$ in Abhängigkeit vom Schubbelastungsgrad	97
Abb. 5.4:	Geometrische Parameter der Düse	98
Abb. 5.5:	Windenergieanlage	99
Abb. 5.6:	Strahlmodell für eine Windturbine	100
Abb. 5.7:	Leistungsbeiwert in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis	101
Abb. 6.1:	Klassifizierung der theoretischen Ansätze	10303
Abb. 6.2:	Wirbelrohr	105
Abb. 6.3:	Zur Herleitung der Formel für die induzierte Geschwindigkeit	106
Abb. 6.4:	Halbunendlicher Wirbelstrahl	107
Abb. 6.5:	Geschwindigkeitsfeld neben der Wirbelschicht $y=0$	108
Abb. 6.6:	Sprung der tangentialen Geschwindigkeit an der Platte	109
Abb. 6.7:	Wirbelschicht	110
Abb. 6.8:	Auftriebskraft an einem Wirbelabschnitt	110
Abb. 6.9:	Physikalische Interpretation von verschiedenen Lösungen	114
Abb. 6.10:	Saugkraft	115
Abb. 6.11:	Wirbelmodell eines Propellerblattes	116

Abb. 6.12: Wirbelmodell eines Propellers	118
Abb. 7.1: Wirbelmodell eines Blattes	121
Abb. 7.2: Zur Erklärung der Entstehung der Wirbelschleppe	122
Abb. 7.3: Wirbelmodell der Traglinientheorie	124
Abb. 7.4: Verteilung der gemittelten axialen Geschwindigkeit	126
Abb. 7.5: Zur Erklärung der Bedingung an der Nabe	129
Abb. 7.6: Geschwindigkeitsrelation am Profil	134
Abb. 8.1: Wirbelmodelle der Traglinientheorie und der Tragflächentheorie	135
Abb. 8.2: Lage der Basisfläche für schwach belastete Propeller	136
Abb. 8.3: Orientierung der Wirbellinien für schwach belasteten Propeller	136
Abb. 8.4: Lösungsverhalten entlang der Profiltiefe in der Tragflächentheorie	138
Abb. 8.5: Lage der Basisfläche für mäßig belastete Propeller	139
Abb. 8.6: Lage der Wirbelschicht für stark belastete Propeller	140
Abb. 8.7: Illustration der Schwierigkeiten bei der Berechnung der Stromlinien	142
Abb. 8.8: Wirbelmodell des Wirbelgitterverfahrens	144
Abb. 8.9: Unterteilung des Gebietes in der MAE Methode	147
Abb. 8.10: Strömung im inneren Bereich	148
Abb. 8.11: Darstellung der Umströmung im inneren Bereich	148
Abb. 8.12: Geschwindigkeitsverteilung auf einer Ellipse	152
Abb. 8.13: Ebenen, in denen die Strömung lokal zweidimensional ist.	152
Abb. 8.14: Zur Berechnung der Saugkraft.	152
Abb. 9.1: Zur mathematischen Formulierung der Paneelmethode	156
Abb. 9.2: Zur Herleitung der Bedingungen an der Wirbelschleppe	157
Abb. 9.3: Abfluss der Wirbelschleppe von der Austrittskante	161
Abb. 9.4: Paneelnetz eines Propellers mit der Nabe	162
Abb. 9.5: Beispiel eines fehlerhaften Paneelnetzes	162
Abb. 9.6: Paneelnetz eines Düsenpropellers mit der Nabe	163
Abb. 9.7: Paneelnetz eines Propellers des POD Antriebes	163
Abb. 9.8: Paneelnetz in der Wirbelschleppe	164
Abb. 10.1: Beispiel eines strukturierten Netzes	173
Abb. 10.2: Beispiel eines blockstrukturierten Netzes.	174
Abb. 10.3: Beispiel eines unstrukturierten Netzes.	174
Abb. 10.4: Beispiele des Netzes am Propellerblatt	176
Abb. 10.5: Netz und Druckfeld um einen Flügel auf Zylinderschnitt	177
Abb. 10.6: Seitenansicht des Rechennetzes	177
Abb. 10.7: Propellerzylinder mit dem Anschluss des Volumennetzes	178
Abb. 10.8: Berechnete und gemessene Freifahrt für Propeller 8027	178
Abb. 10.9: Berechnete und gemessene Freifahrt für Propeller P5168	179
Abb. 10.10: Berechnete axiale Komponente des Nachstroms	179
Abb. 10.11: Verteilung der umfangsgemittelten, axialen Geschwindigkeit	180
Abb. 10.12: Simulation der instationären Kavitation am Profil NACA 0015	185
Abb. 10.13: Die Länge der Kavitationsblase	186
Abb. 10.14: Schwankung des Druckbeiwerts	186
Abb. 11.1: Zusammenwirken von Schiff und Propeller	187

Abb. 11.2: Schematische Darstellung der Entstehung des Mitstromes	188
Abb. 11.3: Schematische Darstellung der relativen Geschwindigkeiten	189
Abb. 11.4: Verhältnis zwischen dem potentialen und dem gesamten Mitstrom	190
Abb. 11.5: Nomineller Mitstrom	191
Abb. 11.6: Effektiver und nomineller Mitstrom für einen Tanker	192
Abb. 11.7: Statistische Relation zwischen nominellem und effektivem Mitströmen	192
Abb. 11.8: Änderung der Druckverteilung durch Wirkung des Propellers	193
Abb. 12.1: 2 Mechanismen der Übertragung der periodischen Kräfte	202
Abb. 12.2: Entstehung der Querkraft und des Biegemoments	202
Abb. 12.3: Abhängigkeit der relativen Amplituden der Schwankungen	207
Abb. 12.4: Entstehung der mechanischen periodischen Kräfte durch Unwucht	209
Abb. 13.1: Verhältnis zwischen verschiedenen Energieverlusten im Propeller	213
Abb. 13.2: Tunnelform des Heckbereiches	214
Abb. 13.3: Gegenlaufpropeller	215
Abb. 13.4: Unsymmetrische Heckform des Schiffes	216
Abb. 13.5: Pre-Swirl Stator	216
Abb. 13.6: Leitrad von Otto Grimm	217
Abb. 13.7: Thrust Fin	217
Abb. 13.8: Überlappende Propeller	218
Abb. 13.9: Anordnung des Propellers hinter dem Schiff	220
Abb. 13.10: Kennlinien für Dieselmotor mit Festpropeller	222
Abb. 14.1: Zur Herleitung des Wirkungsgrades des Wasserstrahlantriebes	225
Abb. 14.2: Wirkungsgrad des Wasserkanals in Abhängigkeit vom $C_T / \beta$	229
Abb. 14.3: Vergleich der Effizienz von verschiedenen Antrieben	229

## Vorwort

Dieses Buch ist die zweite Veröffentlichung in der Reihe, die vom Autor zur Unterstützung seiner Vorlesungskurse auf dem Gebiet der Schiffshydrodynamik und der Schiffstheorie ausgegeben wird. Der Vorlesungskurs Propellertheorie, der aus 14 Vorlesungen besteht, wird den Schiffbau-Studenten der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik an der Universität Rostock gehalten. Es wird vorausgesetzt, dass die Studenten am Kurs "Grundlagen der Strömungsmechanik" und „Schiffstheorie I“ teilgenommen haben.

Der Autor bedankt sich bei dem Rezensenten des Buches Dr. Otto Philipp für eine gründliche Durchsicht des Buches und wertvolle Hinweise, die zur wesentlichen Verbesserung des Buches beigetragen haben. Sehr nützlich waren bei der Vorbereitung des Buches Kontakte mit Kollegen und ehemaligen Lehrern des Autors, den Professoren Alexander Achkinadse (Universität für Meerestechnik St. Petersburg) und Alexander Roussetski (Krylov Institut). Diskussionen mit diesen auf dem Gebiet der Propellertheorie sehr ausgewiesenen und bekannten Spezialisten, ihre Forschungs- und Lehrerfahrung haben den Inhalt dieses Buches im Wesentlichen bestimmt.

Ein großer Dank für die editorielle Unterstützung und Herstellung des Buchlayouts geht auch an Herrn cand. Ing. Erik Stohr und Frau Diana Stever. Veröffentlichung dieses Buches wäre undenkbar ohne Unterstützung von Kollegen Herrn Prof. Dr. Robert Bronsart, Prof. Dr. Egon Hassel, Dr. Jürgen Nocke und Dr. Bert Buchholz. Der Autor dankt ihnen für ihre freundliche und organisatorische Unterstützung.

Rostock, den 21. Mai 2009



Prof. Dr. habil. Nikolai Kornev



# 1. Einführung

## 1.1 Klassifikation der Antriebe

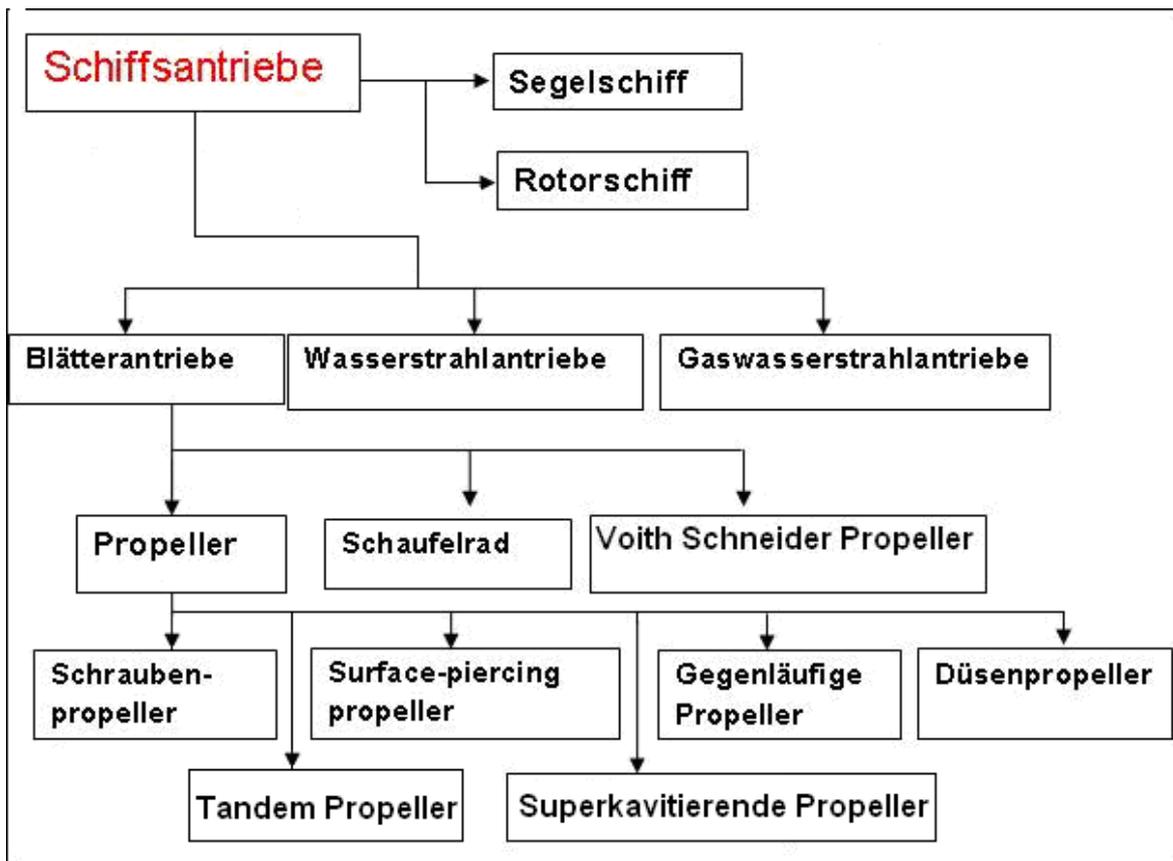
Alle Antriebe, die zurzeit im Schiffbau verwendet werden, gehören zu den reaktiven Antrieben. Sie üben eine Reaktionskraft auf das Wasser aus. Die Wasservolumina werden durch speziell entworfene Arbeitsorgane (Propellerblätter, Schaufelrad) nach hinten gedrückt. Die Reaktion der Wasservolumina wird durch diese Elemente angenommen und in Kraft umgewandelt. Die Projektion dieser Kraft auf die Bewegungsrichtung heißt der Schub. Der Schub wird durch ein Lager auf das Schiff weitergeleitet.

Die Klassifizierung der Schiffsantriebe wird in Abb.1.1 dargestellt. Zu den reaktiven Antrieben gehören Wasserstrahlantriebe, Gaswasserstrahlantriebe und verschiedene Blätterantriebe wie z.B. Propeller, Schaufelräder und Voith-Schneider Propeller. Die Segel und Rotoren bilden die Gruppe der aktiven Schiffsantriebe.

Bei den Propellern sollen die Flächen einen möglichst großen Auftrieb bei einem geringen Widerstand haben, während der größte Beitrag zur Schubkraft bei den Schaufelrädern die Widerstandskraft leistet. Die Reaktionskraft wird nicht nur durch die bewegenden Arbeitsorgane aufgenommen, sondern auch durch unbewegliche feste Flächen in der Antriebsanlage. Beispielsweise entsteht ein großer Teil des Schubes bei Wasserstrahlantrieben auf der Oberfläche des Wasserkanals. Bei den Gaswasserstrahlantrieben entsteht der gesamte Schub auf der Oberfläche des Wasserkanals.

### 1.1.1 Schaufelrad

Das Schaufelrad ist das älteste mechanisch angetriebene Propulsionsorgan. Das erste Dampfschiff mit Radantrieb war die Pyroscapie. Sie wurde 1783 von Claude de Jouffroy d'Abbans entworfen. Besonders vorteilhaft waren die Schaufelraddampfer in flachen Fahrwassern und wurden daher auch als Binnenschlepper eingesetzt. Man unterscheidet zwei verschiedene Anordnungen des Schaufelradantriebes am Schiff: die Seitenanordnung (siehe Abb. 1.2) und die Heckanordnung. Die Schaufeln beim Schaufelrad, deren Anzahl zwischen 6 und 12 liegt, wirken meistens als Widerstandsflächen.

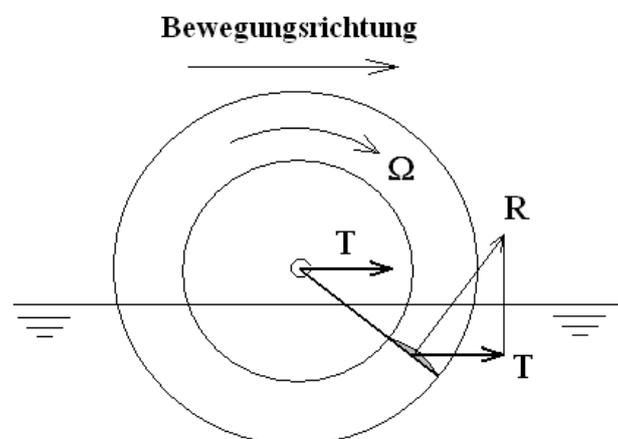


*Abbildung 1.1: Klassifizierung der Schiffsantriebe*



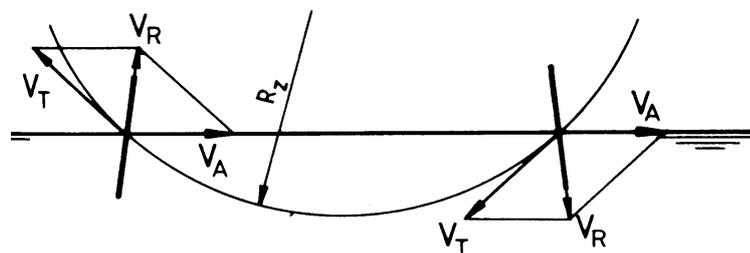
*Abbildung 1.2: Dampfer mit Schaufelrad um 1890 auf dem Fluss Petschora im Norden Russlands*

Durch Umströmung einer Schaufel entsteht eine Widerstandskraft  $R$ . Das Moment  $R \frac{d}{2}$ , wobei  $d$  der Durchmesser des Schaufelrades ist, wird durch das vom Motor erzeugte Moment überwunden. Die Projektion der Kraft  $R$  auf die Bewegungsrichtung  $T$  leistet den Beitrag der Widerstandskraft  $R$  zum Schub, der durch die Radwelle zum Schiff weitergeleitet wird. Wie im Bild 1.3 zu sehen ist, erzeugt die Reaktionskraft  $R$  beim Ein- und Austreten ins Wasser keinen Schub. Die Kraft  $R$  ist vertikal und erzeugt nur das Widerstandsmoment. Das führt zu großen Energieverlusten. Um diesen Nachteil zu überwinden, verwendet man Schaufelräder mit beweglichen Schaufeln. Voraussetzung für einen guten Wirkungsgrad ist das stoßfreie Eintreten der Schaufeln ins Wasser, ohne dabei das Wasser beim Austreten zu schöpfen.



**Abbildung 1.3: Wirkungsschema des Schaufelrades**

Diese Voraussetzungen sind bei Schaufelrädern mit beweglichen Schaufeln erfüllt, wenn die Schaufelfläche in Richtung der Relativgeschwindigkeit  $v_R$  angeordnet wird (s. Abb. 1.4).



**Abbildung 1.4: Geschwindigkeiten am Schaufelrad (Bild aus [30])**

Die Konstruktion der Schaufelräder mit beweglichen Schaufeln ist komplizierter als mit festen Schaufeln und zudem haben sie auch ein größeres Gewicht. Aber die Effizienz solcher Räder ist höher. Der Propulsionsgütegrad (s. Kapitel 11) der Schaufelräder mit beweglichen Schaufeln erreicht Werte von 0.5 bis 0.6. Ihre Effizienz

kann aber infolge von Schiffschwingungen und Tiefgangsänderungen drastisch sinken. Heutzutage werden Schiffe nicht mehr mit Schaufelrädern ausgerüstet, da sie durch niedrigere Drehzahlen und hohe Investitionskosten für Rad, Radkasten und Getriebe nicht wirtschaftlich sind.

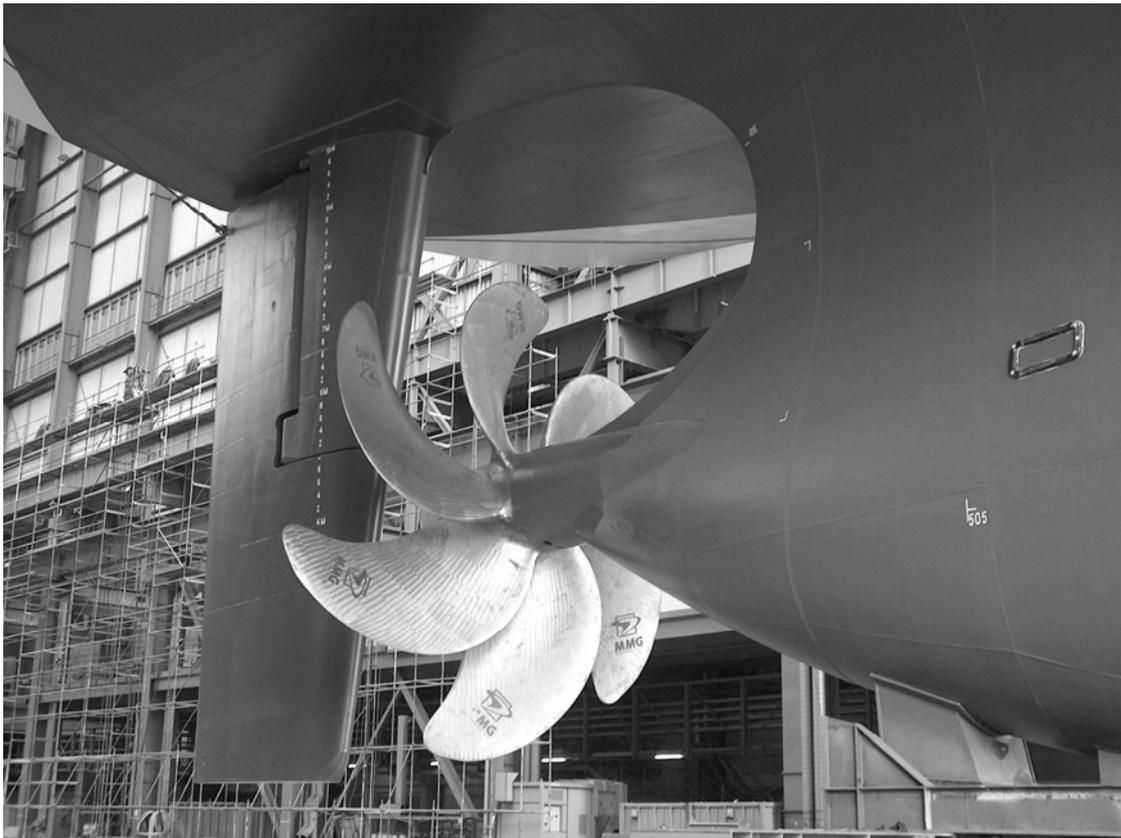
### 1.1.2 Schraubenpropeller

Der Schraubenpropeller (Abb.1.5) gehört seit vielen Jahren zu den am meist verwendeten Schiffsantrieben. Im Vergleich mit den Schaufelrädern sind sie effizienter, konstruktiv einfacher und zuverlässiger im Betrieb. Moderne Propeller können zwei bis acht Blätter besitzen, die an einer Nabe befestigt werden. Sie stellen Flügel mit einem kleinen Seitenverhältnis dar. Die Propellergestalt bildete sich bereits zum Ende des 19. Jahrhunderts heraus (Abb.1.6). Die Anströmungsgeschwindigkeit an jedem Blattprofil setzt sich aus der Fortschrittsgeschwindigkeit des Schiffes  $V_A$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $\Omega r$  zusammen. Die Umfangsgeschwindigkeit entsteht durch die Propellerdrehung und ändert sich entlang des Propellerblattes (Abb.1.7). Bedingt durch die Anströmung entsteht eine hydrodynamische Reaktionskraft die zwei Komponenten hat. Die Projektion der Reaktionskraft auf die Bewegungsrichtung  $dT$  ist die Auftriebskraft, die zur Erzeugung des nützlichen Schubes führt. Die andere Komponente  $d\tau$  - ist die Projektion der Reaktionskraft auf die Drehungsebene. Sie ergibt das Moment, das vom Motor überwunden werden muss.

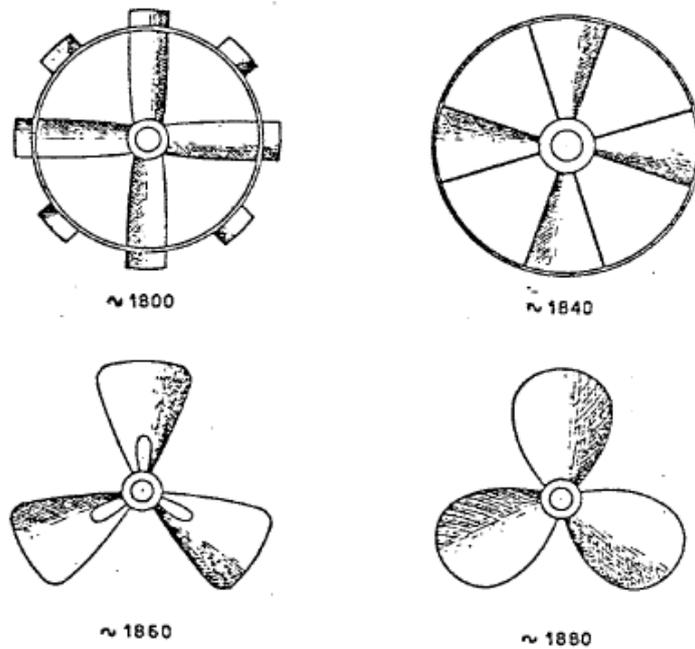
In der Regel werden ein bis zwei Schrauben verwendet, die im Heckbereich des Schiffes angeordnet sind. Für große, schnelle Schiffe können auch noch weitere Propeller benutzt werden.

Die Effizienz eines Propellers kann durch den Einsatz verschiedener Leitflächen wesentlich erhöht werden. Als Beispiele werden eine Düse (Tragflügelring) in Abb.1.8, das Prinzip einer Zuströmdüse (Abb.1.9) und ein Leitflügel (Abb.1.10) dargestellt. Die Düse vergrößert die Wassermenge, die zum Propeller strömt und von ihm verarbeitet wird. Dadurch verbessern sich die Arbeitsbedingungen des Propellers und der Wirkungsgrad steigt. Zusätzlich zu diesem Effekt erhöht sich die Effizienz, des mit der Düse ausgerüsteten Propellers, durch die Entstehung des Schubes auf der Oberfläche der Düse. Die Prinzipien der Düsenwirkung werden in Kapitel 5.7 noch näher erläutert.

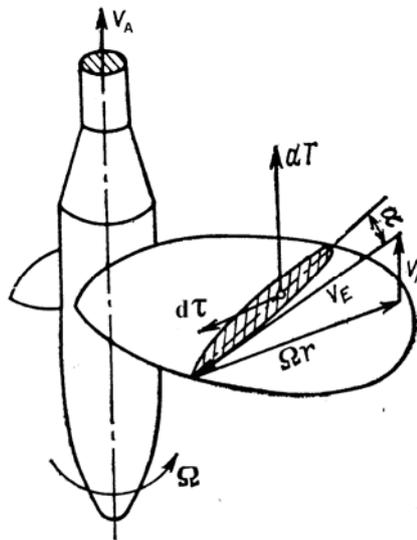
Die Zuströmdüse und die Leitflügel sorgen für eine gleichförmigere Propelleranströmung. Propeller die mit einer Zuströmdüse ausgestattet sind werden zunehmend axial angeströmt. Zu den positiven Einflüssen der Zuströmdüse gehört auch die Reduzierung der Ablösung im Hinterschiffsbereich. Die Leitflächen werden so angebracht, dass der Strömung ein gewisser Vordrall zugeführt wird. Dies führt dazu, dass der vom Propeller erzeugte Strahl weniger Drallenergie enthält und somit auch weniger Leistung für die Propulsionsorgane zur Verfügung gestellt werden muss.



*Abbildung 1.5: Einschrauber. Containerschiff mit 2100 Stellplätzen.  
Volkswerft Stralsund GmbH*



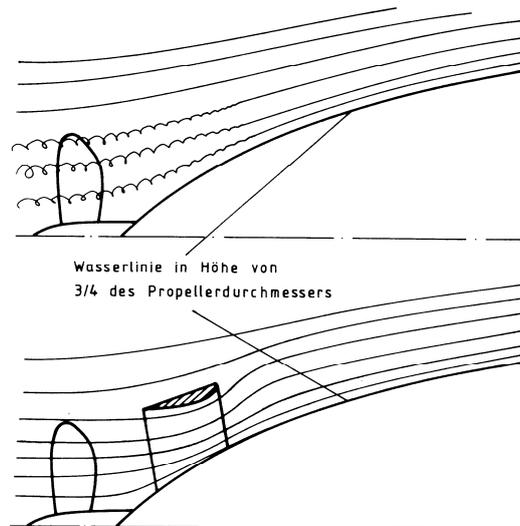
*Abbildung 1.6: Propellerentwicklungen [27]*



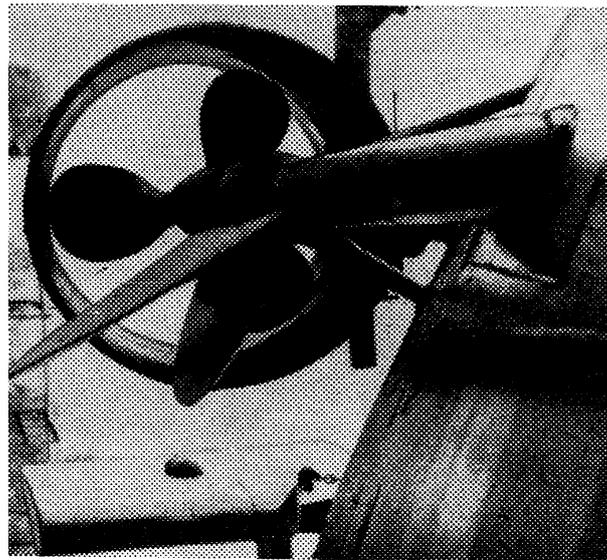
**Abbildung 1.7: Wirkungsschema des Schraubenpropellers [5]**



**Abbildung 1.8: Düsenpropeller. Spezialschiff Offshore-Industrie Anchor Handling Tug Supply Vessel (AHTS). Volkswerft Stralsund**



**Abbildung 1.9: Strömungsform im oberen Propellerbereich ohne (oben) und mit Zustromdüse [30]**

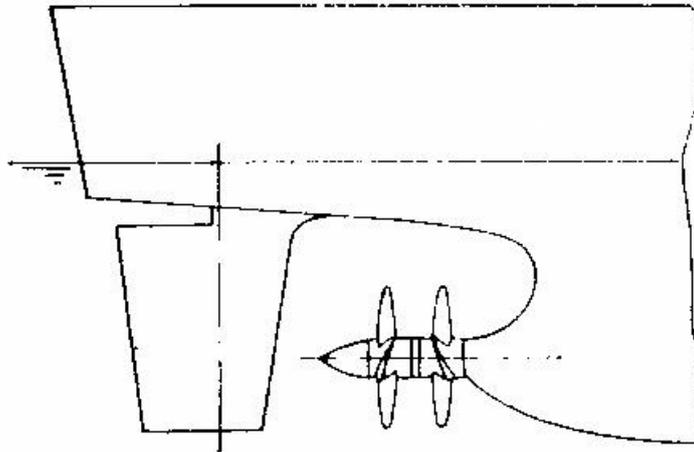


**Abbildung 1.10: Leitflügel [5]**

Eine weitere Idee, den Wirkungsgrad eines Propellerantriebes zu erhöhen, ist die Verwendung von gegenläufigen Propellern (Abb. 1.11). Der vordere Propeller erzeugt einen Vordrall, dessen Energie vom zweiten Propeller ausgenutzt wird. Verschiedene Maßnahmen zur Erhöhung des Wirkungsgrades werden in Kapitel 13 noch genauer betrachtet.

Bei Verstellpropellern (Abb. 1.12) (controllable pitch propeller oder CP-propeller) können die Blätter so gedreht werden, dass sich sowohl die Größe als auch die Richtung des Schubes ändert. Dabei bleibt die Drehrichtung des Propellers konstant.

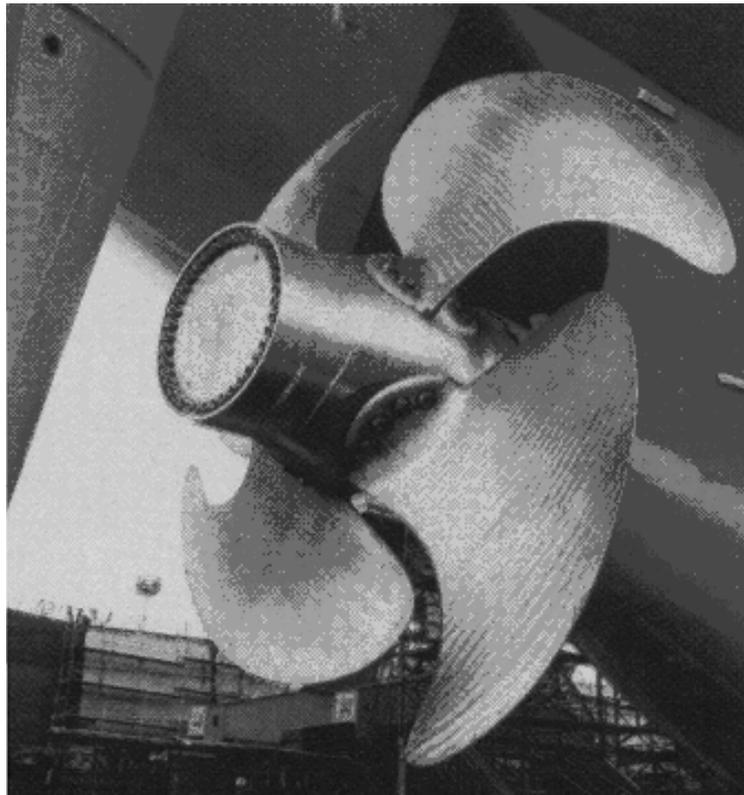
Was wiederum dazu führt, dass man die Schiffsgeschwindigkeit bei einer konstanten Drehzahl des Propellers steuern kann. Die Verstellpropeller ermöglichen die Rückwärtsfahrt ohne die Drehrichtung des Propellers zu ändern. Die CP Propeller haben auch einige Nachteile:



**Abbildung 1.11: Gegenläufiger Propeller**

- Investitionskosten (CP Propeller) sind bis zu vier Mal höher als für herkömmliche Propeller (fixed pitch propeller oder FP- Propeller).
- Effizienz (CP Propeller) ist im Vergleich mit FP etwas kleiner, da die Propellernabe größer sein muss. CP Propeller werden meist für Schiffe eingesetzt, die über eine hohe Manövrierbarkeit verfügen sollen, z.B. für Ro-Ro Schiffe, shuttle tankers, Fischereischiffe, u.s.w.

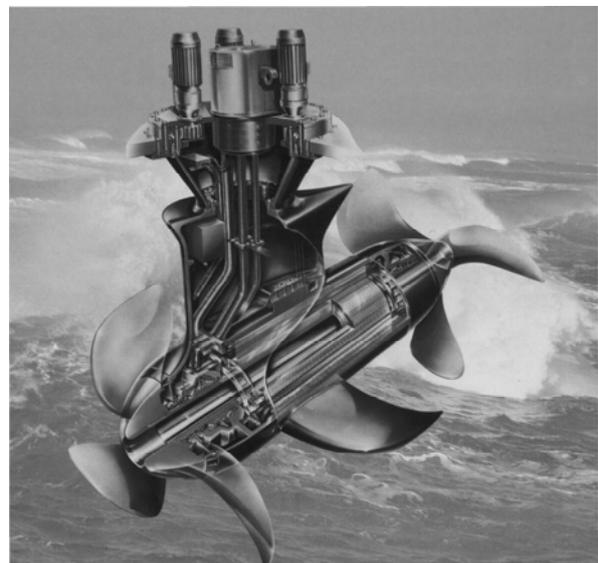
Propeller verwendet man heutzutage als kombinierte Antriebs- und Steuerungssysteme. Sie werden in der Literatur auch Ruderpropeller genannt. Durch die um 360 Grad steuerbaren Unterwasserteile kann die volle Antriebsleistung auch zum Manövrieren und dynamischen Positionieren eines Schiffes eingesetzt werden [31]. Abb. 1.13 zeigt einen Ruderpropeller SRP, der z. Z. von der Fa. Schottel auf dem Schiffbaumarkt angeboten wird. Um das Drehmoment von der Maschine an den Propeller abzugeben, verwendet man in diesem Fall entweder L- (vertical power input) oder Z- (Zickzack power input) Antriebe. Die Fa. Schottel produziert auch die sogenannten „pod“ Schiffsantriebe, in denen ein bzw. zwei Propeller zusammen mit der Welle und einem Elektromotor in einer Unterwassergondel (Pod) integriert werden (Abb. 1.14). Durch Drehung des Pod Systems (AziPod) kann der Schubvektor genauso wie beim Ruderpropeller gesteuert werden.



*Abbildung 1.12: Verstellpropeller [31]*



*Abbildung 1.13: Ruderpropeller,  
Fa. Schottel [31]*



*Abbildung 1.14: Pod Antrieb,  
Fa. Schottel [31]*

Auf die Hydrodynamik der Pod Antriebe wird in diesem Buch nicht eingegangen. Es wird dagegen empfohlen, sich mit einer speziellen Vorlesung zum Pod Antrieb von Herrn Kollegen Prof. Dr. Abdel- Maksoud vertraut zu machen. Diese Vorlesung steht den Schiffbaustudenten unter [lms.mar-ing.com](http://lms.mar-ing.com) zu Verfügung.



**Abbildung 1.15:** *Surface Piercing Propeller*

Neben konventionellen voll getauchten Schrauben werden auch die teilgetauchten oder die so genannten Surface Piercing Propeller (SPP) bei schnellen Schiffen benutzt. Der SPP Propeller befindet sich hinter dem Spiegel und wird so positioniert, dass die Wasserlinie die Propellerwelle an der Nabe schneidet. Zu jedem Zeitpunkt befindet sich die Hälfte des Propellers außerhalb des Wassers. Dadurch entsteht ein unkompensiertes Moment am Unterwasserteil des Propellers. Das Moment kann aber eliminiert werden, wenn der SPP-Antrieb

als ein Paar von gegenläufigen Propellern konstruiert wird. Für die Anwendung von SPP Propellern sprechen die folgenden Gründe:

- Die Kavitation wird beseitigt und durch die Ventilation ersetzt. Die Blätter bringen bei der Umdrehung die Luftblasen von oben zum Unterdruckgebiet unter der Wasseroberfläche. Die Luftblasen füllen die Kavitationskeime ein und vergrößern den inneren Druck. Damit wird die Kavitation beseitigt. Es werden auch die durch Kavitation verursachten Erosionen, Vibrationen und Geräusche minimiert.
- Viele Entwurfseinschränkungen, die zur Reduzierung des Durchmessers bei voll getauchten Propellern führen, können bei SPP Propellern vermindert werden. Der Durchmesser kann vergrößert werden und damit steigt auch die Effizienz des Antriebs (Erklärung für die Erhöhung der Propellereffizienz durch Vergrößerung des Durchmessers siehe in Kapitel 5.6).
- Der Schiffswiderstand mit SPP Antrieb kann geringer als der von voll getauchten Propellern sein, da Anhänge entweder fehlen oder kleiner sind.
- Der SPP Propeller befindet sich relativ weit vom Rumpf. Damit kann die Vibration vermindert werden.
- Die Schubgröße kann durch Änderung der Propellereintauchung effizient gesteuert werden.

Ein Effizienz-Vergleichsbeispiel eines SPP-Antriebes gegenüber der Effizienz von einem voll getauchten Propeller und dem Wasserstrahlantrieb wird in Abb. 14.3 in Abhängigkeit von der Schiffsgeschwindigkeit gezeigt.

### 1.1.3 Voith Schneider Propeller

Eine Steuerung des Schubes bei gleicher Drehzahl der Antriebswelle erlaubt auch der Voith-Schneider Propeller (1930) (Abb. 1.16). Die Rotationsachse des Voith-Schneider Propellers steht senkrecht zu einer Ebene, in der die Fortbewegung erfolgt. An einer Drehplattform in der Ebene des Schiffsbodens werden 4 bis 8 Flügel montiert. Die Flügelblätter sind beweglich und haben die trapez- oder halbelliptische Form. Zu jedem Zeitpunkt kreuzen sich die zu den Flügelebenen senkrechten Linien in demselben Punkt N (Abb. 1.16b). Durch Verschiebung des Punktes N kann man den Schub ändern. Die Richtung des Schubes ist senkrecht zur Linie ON. Sein Betrag ist proportional dem Abstand zwischen den Punkten O und N.

Der größte Vorteil des Voith-Schneider Propellers besteht darin, dass nicht nur der Betrag sondern auch die Richtung des vom Propeller erzeugten Schubvektors gesteuert werden kann. Diese Propeller ermöglichen sogar die Drehung des Schiffes auf der Stelle. Das bestimmt den Anwendungsbereich der Voith-Schneider Propeller. Sie werden auf Schiffen verwendet, die über eine sehr gute Manövrierbarkeit verfügen sollen.

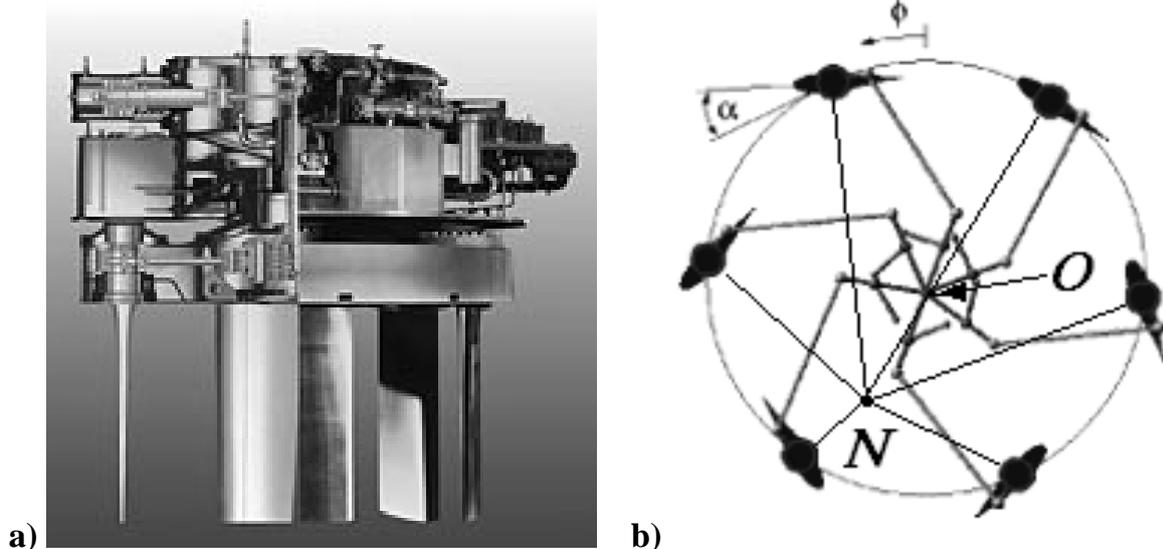
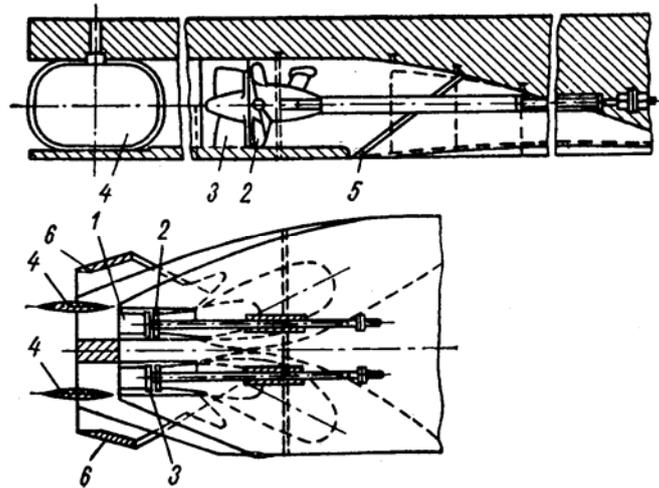


Abbildung 1.16: Voith Schneider Propeller (entnommen aus [www.voithturbo.de](http://www.voithturbo.de))

### 1.1.4 Wasserstrahlantrieb

Der Wasserstrahlantrieb wird in Abb. 1.17 und 14.1 dargestellt. Die Vermittlung von hydrodynamischen Grundlagen der Wasserstrahlantriebe wird dem Kapitel 14 gewidmet. Der Wirkungsgrad der Wasserstrahlantriebe ist bei Geschwindigkeiten bis zu 35 / 40 Knoten wesentlich kleiner als der von Propellern. Deshalb verwendet man die Wasserstrahlantriebe bei kleinen und mittleren Geschwindigkeiten nur dann, wenn

es die konstruktiven Besonderheiten des Schiffes nicht erlauben den konventionellen Propellerantrieb zu nutzen. Die Wasserstrahlantriebe sind im flachen Wasser vorteilhaft. Bei größeren Geschwindigkeiten (35 Knoten und mehr) ist die Effizienz von Wasserstrahlantrieben höher als die der Propeller (siehe Abb.14.3).



*Abbildung 1.17: Wasserstrahlantrieb eines kleinen Binnenschiffes (Bild aus [11])*

### 1.1.5 Gaswasserstrahlantrieb

Die Beschleunigung der Wassermenge, durch die der Schub entsteht, kann entweder durch eine Pumpe, wie bei Wasserstrahlantrieben, oder durch die Verwendung der Energie der komprimierten Gase erzielt werden. Die Gaswasserstrahlantriebe basieren auf dem Prinzip, das in Abbildung 1.18 dargestellt ist. Das Wasser tritt in den Kanal durch die fortschreitende Bewegung des Schiffes. Das unter einem hohen Druck gepresste Gas wird dem Kanal des Gaswasserstrahlantriebes zugeführt. Das zweiphasige Gemisch wird durch die Ausdehnung des Gases beschleunigt und entgegen der Fahrtrichtung ausgestoßen. Der Schub entsteht an den inneren Oberflächen des Kanals.

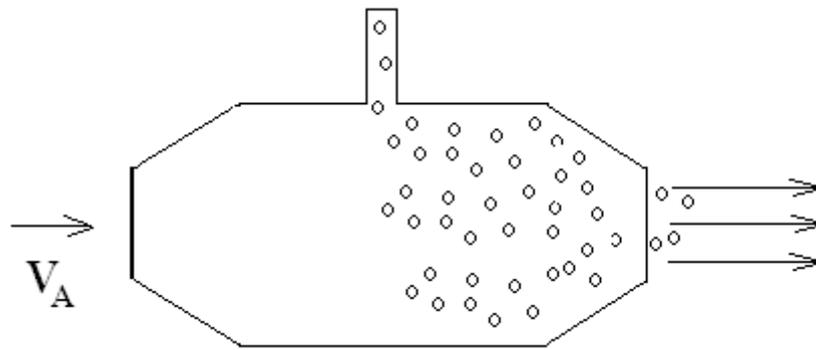


Abbildung 1.18: Schema eines Gaswasserstrahltriebwerkes

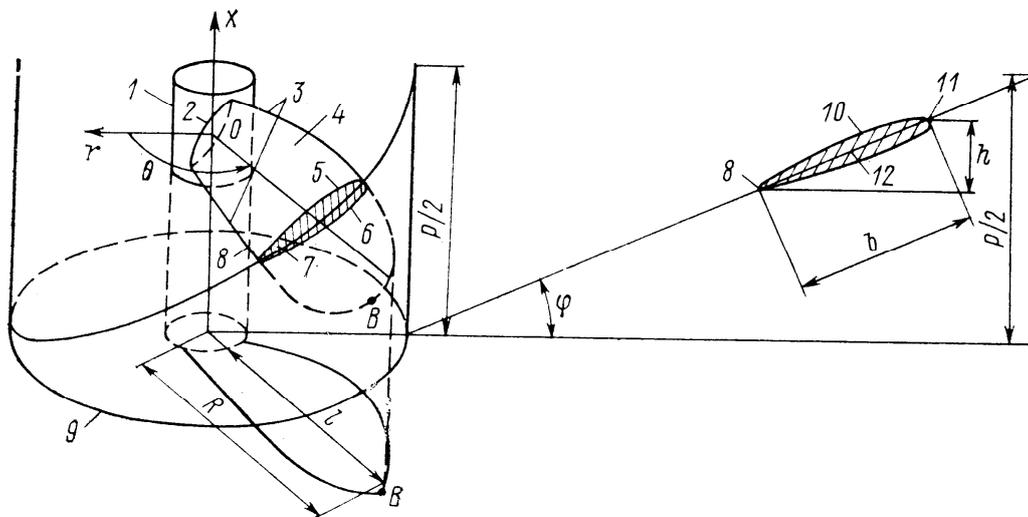
## 1.2 Geometrie des Schraubenpropellers

Es wird unterschieden in linksdrehende und rechtsdrehende Propeller. Die rechtsdrehenden Propeller drehen sich im Uhrzeigersinn (Blickrichtung Heck - Bug). Mit anderen Worten, in Richtung der x-Achse (Abb. 1.19) ist die rechte Kante des sich in der vertikalen Lage befindlichen Propellerblattes vom Beobachter weiter entfernt als die linke Kante. Im weiteren Verlauf wird nur der rechtsdrehende Propeller betrachtet (Abb.1.19).

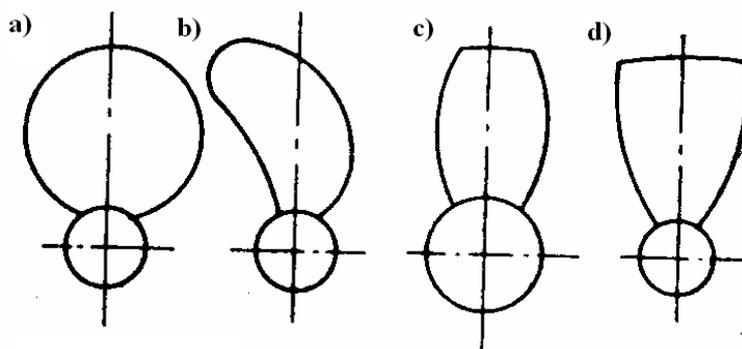
Die rechte Kante bei einem rechtsdrehenden Propeller heißt Eintritts- (leading edge) und die linke ist die Austrittskante (trailing edge). Der Querschnitt des Propellerblattes auf einer zylindrischen Oberfläche heißt Blattprofil (7). Die Profile ändern sich entlang des Radius. Die Profile der Propeller sind dünn. Ihre relative Dicke (Verhältnis zwischen der maximalen Profildicke und der Sehne) liegt zwischen 0.2 (an der Nabe) und 0.02. Auf der einen Seite des Profils (5) bildet sich ein Unterdruck, während auf der anderen Seite (6) der Überdruck zu erkennen ist. Bezeichnet werden sie mit Saugseite (5) und Druckseite (6). Die Druckunterschiede, die zwischen diesen beiden Seiten entstehen, erzeugen den Schub. Der entfernteste Punkt von der Nabe ist die Blattspitze B. Der Abstand zwischen den Punkten O und B bestimmt den Propellerradius R. Der Propellerdurchmesser beträgt  $D = 2R$ . Der Nabendurchmesser  $D_H = 2r_H$  ist ungefähr das Doppelte vom Wellendurchmesser und beträgt 0.18D bis 0.3D.

Zwischen den Blattkonturen werden vier verschiedene Formen unterschieden (Abb. 1.20):

- a) symmetrische elliptische Kontur,
- b) unsymmetrische „skewed“ Kontur,
- c) Eisbrecherkontur ,
- d) Düsenpropellerkontur .



**Abbildung 1.19: Geometrische Parameter des Propellers (Bild entnommen aus [5])**



**Abbildung 1.20: Typische Blattkonturen (Bild entnommen aus [5])**

Die wirksamen Flächen der Propellerblätter liegen näherungsweise in den Schraubenflächen. Diese Schraubenflächen bilden sich durch die Überlagerung zweier Bewegungen einer Linie- der so genannten Erzeugenden. Es handelt sich dabei um das translatorische Fortschreiten auf der Schraubenachse und die Drehung um diese Achse. Das Fortbewegungsmaß der Erzeugenden auf der Achse während einer Umdrehung von 360 Grad ist die Steigung  $P$  oder die Ganghöhe. Bezogen auf den Umfang  $\pi D$  gibt die Steigung  $P$  den Tangens des Steigungswinkels

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi D} \quad (1.1)$$

an. Im Schiffbau benutzt man statt  $P/\pi D$  das Verhältnis  $P/D$ , das üblicherweise zwischen 0.6 und 1.4 liegt. Die Steigung variiert dabei entlang der Blattspannweite. Als charakteristische Steigung nimmt man die Steigung des Blattprofils bei  $\bar{r} = r/R = 0.7$  an. Dieser Radius wird als der repräsentative Radius in der Propellertheorie genutzt, da die Verteilung des Auftriebs entlang des Propellerradius bei etwa  $\bar{r} = r/R = 0.7$  sein Maximum erreicht.

Die Propellerkreisfläche:

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} \quad (1.2)$$

ist ein wichtiger geometrischer Parameter des Propellers. Zusätzlich wird in der Propellertheorie die abgewinkelte Flügelfläche betrachtet. Diese Fläche ergibt sich bei jedem Radius durch die Drehung der Profile am Blatt in die Propellerebene. Danach sollen die Kreissegmente abgewinkelt werden, so dass die Profilschnen als Geraden erscheinen. Die Breite der abgewinkelten Flügelfläche ist für jeden Radius gleich der lokalen Längen der Profilschnen. Nach dieser Regel ist die abgewinkelte Fläche dem folgenden Integral gleich:

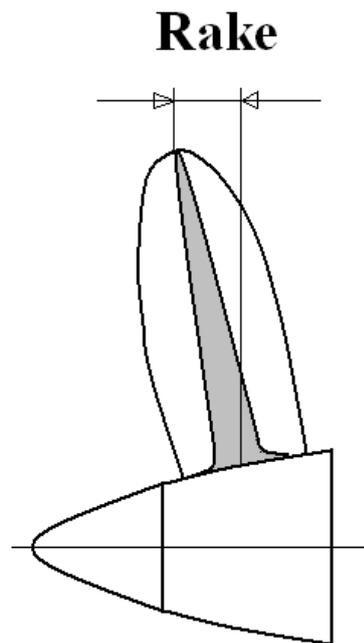
$$A_E = Z \int_{r_H}^R b(r) dr, \quad (1.3)$$

wobei  $b(r)$  die lokale Länge der Profilschne bei dem Radius  $r$  und  $Z$  die Flügelzahl ist.

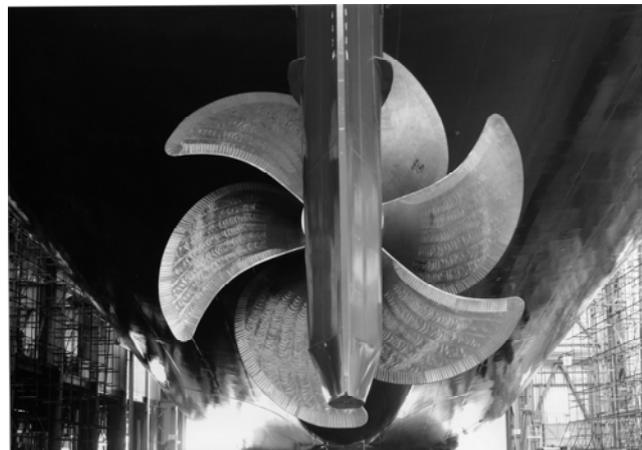
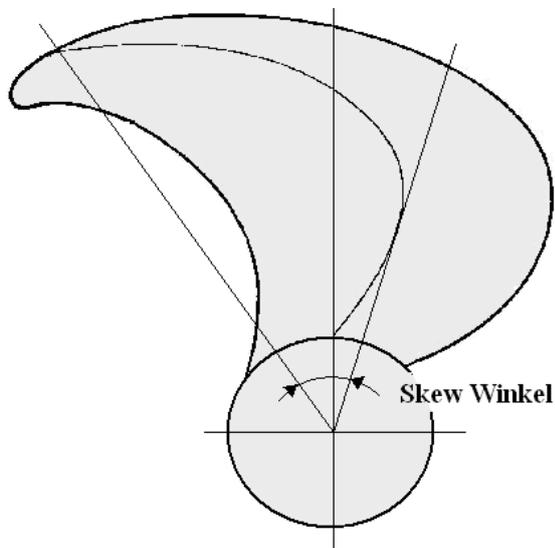
Das Verhältnis  $A_E / A_0 = 4Z / (\pi D^2) \int_{r_H}^R b(r) dr$  heißt Flächenverhältnis, deren Wert zwischen 0.4 und 1.4 liegt.

Die Erzeugende wird für Handelsschiffspropeller meist um 8 bis 12 Grad nach hinten geneigt. Dadurch wird der Abstand vom Schraubenstevan vergrößert ohne die Welle verlängern zu müssen. Diese Neigung der Erzeugenden heißt Hang oder Rake (Abb. 1.21).

Unter Skew (Abb.1.22) versteht man eine Staffelung der Flügelschnitte im Verlauf der Schraubenfläche, so dass die Flügelspitze gegenüber der Flügelwurzel in Umfangsrichtung um den Skewwinkel und gleichzeitig in Achsenrichtung um ein der Steigung entsprechendes Maß verlagert ist. In der Längsrichtung addieren sich dabei Rake und Skew. Der Skew wird dabei zur Reduktion der Vibrationserregungen verwendet.



*Abbildung 1.21: Rake des Propellers*



*Abbildung 1.22: Skew „back“ Propeller. Rechts: Containerschiff PANMAX (PM),  
ca. 4000 Stellplätze der Volkswerft Stralsund GmbH*

Eine typische Zeichnung eines Propellers mit detaillierter Darstellung der Verteilungen der Profile, Skew, Rake und der Steigung entlang des Blattradius wird in Abb.1.23 dargestellt.



### 1.3 Hydrodynamische Eigenschaften des Propellers in der Freifahrt

In diesem Kapitel werden die hydrodynamischen Eigenschaften des Propellers in der Freifahrt mit der Geschwindigkeit  $V_A$  betrachtet. Ein Propeller mit dem Durchmesser  $D$ , rotiert mit einer Drehzahl  $n$  und wird mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit  $V_A$  angeströmt. Die wichtigsten hydrodynamischen Parameter der Freifahrt sind:

- Fortschrittsziffer

$$J = \frac{V_A}{nD} \quad (1.4)$$

- Schubbeiwert

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (1.5)$$

wobei  $T$  der Schub ist.

- Drehmomentsbeiwert

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (1.6)$$

wobei  $Q$  das Drehmoment ist.

- Wirkungsgrad

$$\eta_0 = \frac{TV_A}{2\pi nQ} = \frac{K_T \rho n^2 D^4}{K_Q \rho n^2 D^5} \cdot \frac{V_A}{2\pi n} = \frac{K_T}{K_Q} \cdot \frac{J}{2\pi} \quad (1.7)$$

- Schubbelastungsgrad

$$C_T = \frac{T}{\rho V_A^2 D^2 \frac{\pi}{8}} \quad (1.8)$$

In Abhängigkeit vom Schubbelastungsgrad werden schwach, mäßig und stark belastete Propeller unterschieden. Es ist schwierig eine exakte Grenze zwischen den drei Gruppen festzulegen. Normalerweise ist die Schraube schwach belastet, wenn der Schubbelastungsgrad zwischen 0 und etwa 1 liegt. Der Schubbelastungsgrad zwischen 1 und 2 entspricht den mäßig belasteten Propellern und die mit einem höheren Schubbelastungsgrad betrachtet man als stark belastete Propeller. Typische Anwendungsgebiete für stark belastete Propeller finden sich im Bereich der Binnenschifffahrt und beim Einsatz von Schleppern. Die schwach belasteten Propeller werden bei Fahrzeugen eingesetzt, bei denen ein Einsatz von Propellern mit relativ großen Durchmessern möglich ist. Als Beispiel dafür sind die Luftschrauben zu nennen. Bei Frachtschiffen sind Propeller eher mäßig belastet. In Abhängigkeit von der

Schubbelastung wählt man eine passende Wirbeltheorie zur Berechnung von Propellern (s. Kapitel 6-8).

Die hydrodynamischen Parameter werden in einem Propellerdiagramm dargestellt (Abb. 1.24). Sowohl der Schubbeiwert, als auch der Drehmomentbeiwert, nehmen mit größer werdender Fortschrittsziffer ab, während der Wirkungsgrad ein Maximum  $\eta_{0\max}$  aufweist. Der Punkt  $\eta_0 = \eta_{0\max}$  soll der Betriebspunkt des Propellers sein.

## 1.4 Geschwindigkeitsrelationen am Blattprofil

Betrachtet wird ein Blattprofil mit dem Radius  $r$  (Abb.1.25). Das Profil bewegt sich mit der Umfangsgeschwindigkeit  $2\pi nr$  in Umfangsrichtung und mit der Geschwindigkeit  $V_A$  vorwärts. Die relative geometrisch bedingte Geschwindigkeit ist gleich  $V_E = \sqrt{V_A^2 + (2\pi nr)^2}$ . In der Wirklichkeit, induziert der Propeller zusätzliche Störgeschwindigkeiten  $w_{x1}$  und  $w_{\theta1}$ . Die axial induzierte Geschwindigkeit  $w_{x1}$  hat die gleiche Richtung wie die Anströmgeschwindigkeit. Die tangential induzierte Geschwindigkeit  $w_{\theta1}$  liegt in der Drehrichtung. Die resultierende Anströmgeschwindigkeit ist dann  $V_R$ . Die induzierten Geschwindigkeiten führen zu einer Reduzierung des Auftriebs. Die induzierte Umfangsgeschwindigkeit  $w_{\theta1}$  verkleinert die Anströmgeschwindigkeit, während die induzierte axiale Geschwindigkeit  $w_{x1}$  den hydrodynamischen Anstellwinkel  $\alpha_i$  verringert. Die resultierende induzierte Geschwindigkeit  $w_1$  steht senkrecht zur resultierenden Anströmgeschwindigkeit  $V_R$ .

Diese Tatsache kann mit Hilfe des Wirbelmodells der Traglinientheorie eines Flügels [21] endlicher Spannweite erklärt werden. Die Wirbelschlepe eines Flügels besteht im Rahmen der linearen Theorie aus längs orientierten freien Wirbeln und liegt in einer Ebene. Da diese Ebene eine Stromfläche darstellt, muss die resultierende Geschwindigkeit  $V_R$  auch in dieser Ebene liegen (s. Abb. 1.26). Nach dem Gesetz von Bio Savart induziert jeder freier Wirbel und die Wirbelschlepe insgesamt in jedem Punkt der Ebene P die Geschwindigkeit, die nach unten gerichtet ist und senkrecht auf der Wirbelschlepeebene steht. Das heißt, dass die induzierte Geschwindigkeit  $w_1$  auch zur resultierenden Geschwindigkeit senkrecht ist.

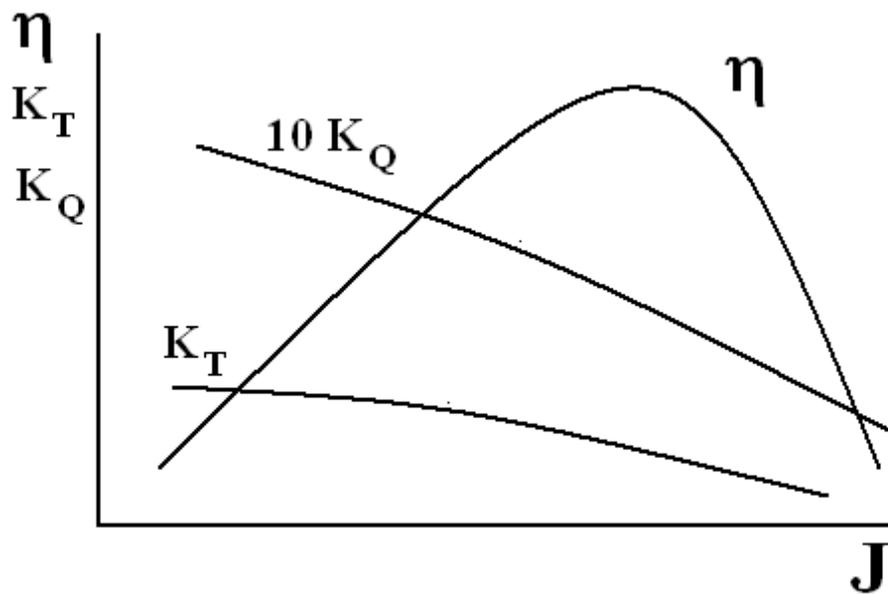


Abbildung 1.24: Propellerkennlinien

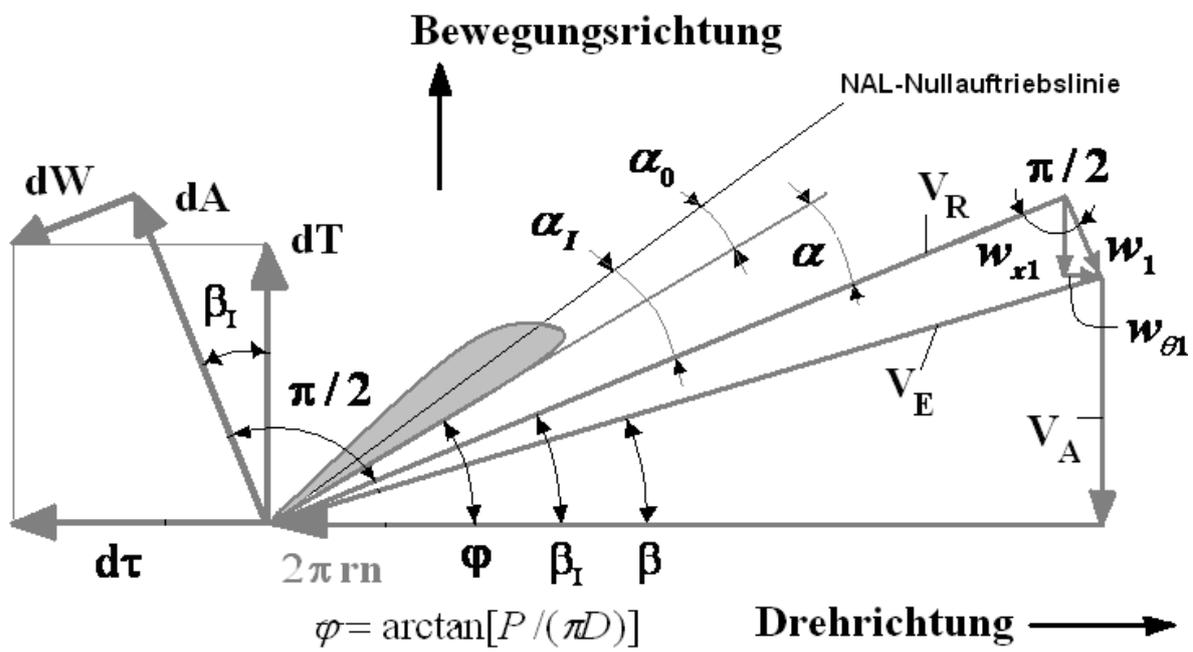
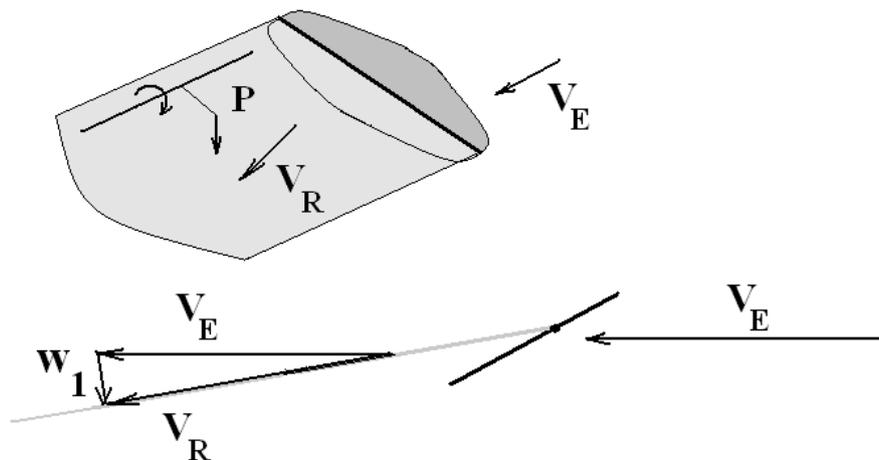


Abbildung 1.25: Geschwindigkeitsrelationen am Blattprofil



**Abbildung 1.26: Zur Erklärung der Richtungen der Geschwindigkeiten  $w_1$  und  $V_R$**

Die weiteren Winkel sind:

- $\alpha_0$  Nullauftriebswinkel
- $\alpha$  Anstellwinkel des Profils
- $\alpha_1 = \varphi + \alpha_0 - \beta_1$  resultierender, hydrodynamischer Anstellwinkel mit induzierten Zusatzgeschwindigkeiten
- $\beta = \arctg \frac{V_A}{2\pi nr}$  hydrodynamischer Steigungswinkel
- $\beta_1$  Fortschrittswinkel (Steigungswinkel gegen induzierte Strömung)

Am Profil entstehen der Auftrieb  $d\vec{A}$  und der Widerstand  $d\vec{W}$ . Der resultierende Schub wird aus der Formel  $dT = dA \cos \beta_1 - dW \sin \beta_1$  berechnet. Die Projektion dieser Kräfte auf die Drehrichtung ist eine Kraft  $d\tau = dA \sin \beta_1 + dW \cos \beta_1$ , die das Drehmoment hervorruft. Das Letzte soll durch das vom Motor erzeugte Moment überwunden werden.

## Übungen

1. Das Schiff bewegt sich mit der Geschwindigkeit 20 Knoten. Der Propeller hat die folgenden geometrischen Parameter:

- Durchmesser- 6 m
- Drehzahl-120 Umdrehungen pro Minute
- Nabendurchmesser- 1m
- $\varphi = \arctan[ P / ( \pi D ) ] = 35^\circ$

Die Nachstromziffer beträgt 0.2.

- Berechnen Sie den resultierenden Anstellwinkel und die resultierende Anströmgeschwindigkeit an der Nabe, an der Blattspitze und auf dem Radius  $r/R=0.7$ ! Dabei vernachlässigen Sie die vom Propeller induzierten Geschwindigkeiten.
- Wie ändern sich diese Parameter, wenn der Steigungswinkel um 2 Grad größer (geringer) wird?
- Welchen Einfluss auf diese Parameter hat die Erhöhung (Verringerung) der Schiffsgeschwindigkeit?
- Welchen Einfluss auf diese Parameter hat die Erhöhung (Verringerung) der Nachstromziffer?
- Welchen Einfluss auf diese Parameter hat die Erhöhung (Verringerung) der Drehzahl?
- Berechnen Sie die induzierte Geschwindigkeit  $w_{\theta 1}$  auf dem Radius  $r/R=0.7$ , wenn die gesamte induzierte Geschwindigkeit 15% der resultierenden Geschwindigkeit  $V_R$  beträgt!

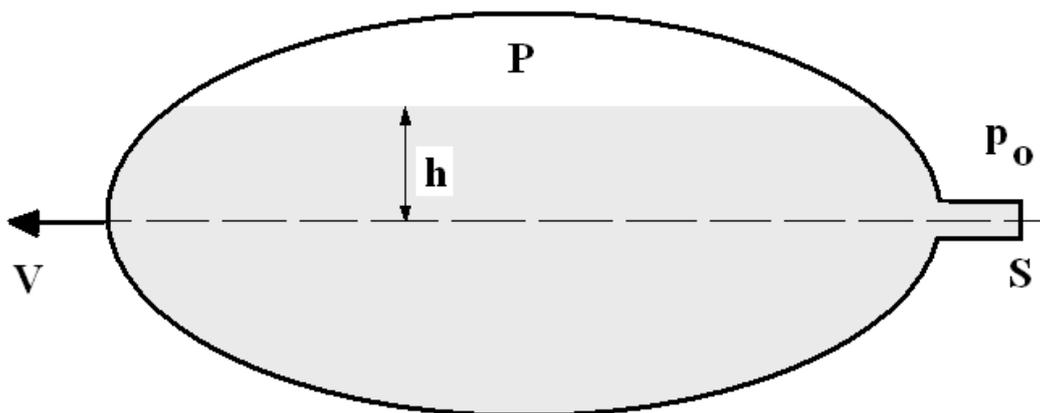


Abbildung 1.27: Zur Aufgabe 2

2. Für den in Abbildung 1.27 gezeigten Antrieb berechnen Sie den Schub unter den Bedingungen, dass die Strömung reibungsfrei ist und die Geschwindigkeit  $V = 0$ . Berechnen Sie auch die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers.  
Hinweis: Benutzen Sie den Impulssatz.

## 2. Hydrodynamik des Blattprofils

### 2.1 Profilgeometrie

Wie in Kapitel 1 bereits definiert wurde, heißt eine Seite des Blattprofils Druck- und die andere Saugseite. Die Kraft resultiert aus dem Druckunterschied zwischen beiden Seiten. Um einen positiven Schub zu erzeugen, muss die Saugseite des Propellers zum Schiff gerichtet sein. Wird ein Kreiszyklinderschnitt mit dem Radius  $r$  eingeführt und wird die sich daraus ergebene geschlossene Kontur auf der Zeichenebene ausgerollt, entsteht das dem Radius  $r$  entsprechende Blattprofil. Für Schiffspropeller werden aerodynamische Profile (1) (Abb. 2.1), Kreissegmentprofile (2) und Superkavitationsprofile (supercavitating foil) (3) verwendet. Die Profilform ändert sich entlang der Blattspannweite.

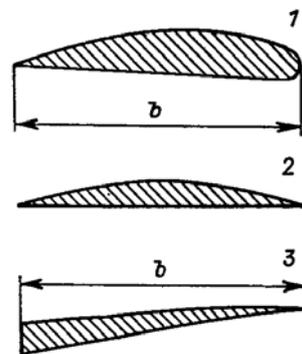


Abbildung 2.1: Typische Propellerprofile

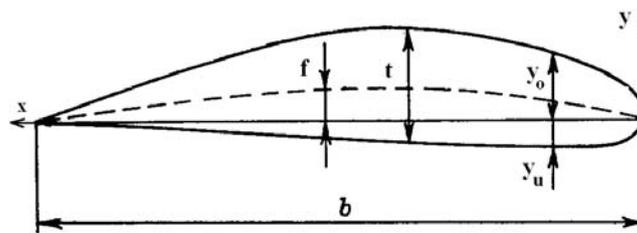


Abbildung 2.2: Geometrische Parameter des Blattprofils

Die Profilform wird durch zwei Funktionen  $y_o(x) > 0$  und  $y_u(x) < 0$  (Abb. 2.2) determiniert. Die Profildicke  $t = y_o(x) - y_u(x)$  und die Skelettlinie des Profils  $f = (y_o(x) + y_u(x))/2$  werden durch  $y_o(x)$  und  $y_u(x)$  ausgedrückt. Der Abstand zwischen den beiden äußersten Punkten des Profils heißt Profiltiefe oder Profiltiefe  $b$ . Die Profildicke und die Profilwölbung werden durch die folgenden Formeln

$$\bar{t} = \max(y_o(x) - y_u(x)) / b,$$

$$\bar{f} = \max(y_o(x) + y_u(x)) / 2b$$

definiert. Die Schraubenprofile sind relativ dünn. Die dimensionslose Dicke ändert sich zwischen 0.2 an der Nabe und 0.02 an der Blattspitze. Die dimensionslose Profilwölbung liegt zwischen 0 und 0.04. Der Winkel zwischen der Sehne und dem Anströmgeschwindigkeitsvektor heißt Anstellwinkel  $\alpha$ .

## 2.2 Physik der Blatumströmung

Die Schiffsschraube ist ein rotierendes Flügelsystem. Die grundsätzlichen physikalischen Mechanismen, die bei der Umströmung eines Propellerblattes auftreten, sind deshalb denen sehr ähnlich, die aus der Theorie der konventionellen Flügel bekannt sind. Ziel dieses Abschnittes ist eine kurze Beschreibung der Physik der Flügelumströmung.

Ein Profil mit einem positiven Anstellwinkel wirkt in der Strömung so, dass es die Strömung entlang der Saugseite beschleunigt, während sie entlang der Druckseite gebremst wird. Aus der Bernoulli Gleichung folgt demnach, dass der Unterdruck auf der Saug- und der Überdruck auf der Druckseite entstehen. Eine typische Verteilung des Druckbeiwertes  $C_p = (p - p_\infty) / (\rho V_\infty^2 / 2)$  (pressure coefficient) entlang der Saug- und Druckseite wird in Abb. 2.3 gezeigt. Hier sieht man, dass es zu einem stoßartigen Druckabfall an der Eintrittskante kommt, der besonders bei großen Anstellwinkeln und scharfen Eintrittskanten ausgeprägt ist. Dieser stoßartige Druckabfall ist unerwünscht, da damit die Kavitation an der Eintrittskante entstehen kann. Bei moderaten Anstellwinkeln und/oder gut entworfenen Profilen verschiebt sich das Druckminimum zur Profilmittte und der stoßartige Druckabfall wird damit gemindert. In diesem Fall wird von einer stoßfreien Umströmung der Eintrittskante gesprochen. Die Aufgabe des Profilentwurfes für Schiffspropeller ist die Gewährleistung der stoßfreien Umströmung der Eintrittskante in einem möglichst großen Bereich des Anstellwinkels  $\alpha$ .

Der Auftrieb am Profil ist proportional der Summe der beiden Flächen der Druckbeiwertsverteilung (Druck- und Saugseite). Wie zu sehen ist, leistet die Saugseite des Profils den größeren Beitrag zum Auftrieb. Im Bereich der Austrittskante gibt es auf der Saugseite ein großes Gebiet das einen Druckanstieg widerspiegelt. Das Gebiet verschiebt sich in Richtung der Eintrittskante mit größer werdendem Anstellwinkel. Wie aus der Strömungsmechanik bekannt ist, kann der Druckanstieg in dem reibungsbehafteten Fluid zum Ablösen der Strömung führen. Bei kleinen Anstellwinkeln tritt die Ablösung auf und konzentriert sich in einem kleinen Gebiet nahe der Austrittskante. Deshalb hat sie keinen Einfluss auf die hydrodynamischen Profileigenschaften. Bei Übersteigung eines bestimmten Anstellwinkels (kritischer Anstellwinkel) kommt es zu einer massiven Ablösung. Das Strömungsbild (Abb. 2.4) und die Hydrodynamik des Profils ändern sich. Das Ablösungsgebiet ist in der Regel stark instationär. Am Profil haben die hydrodynamischen Kräfte somit eine komplizierte Abhängigkeit von der Zeit.

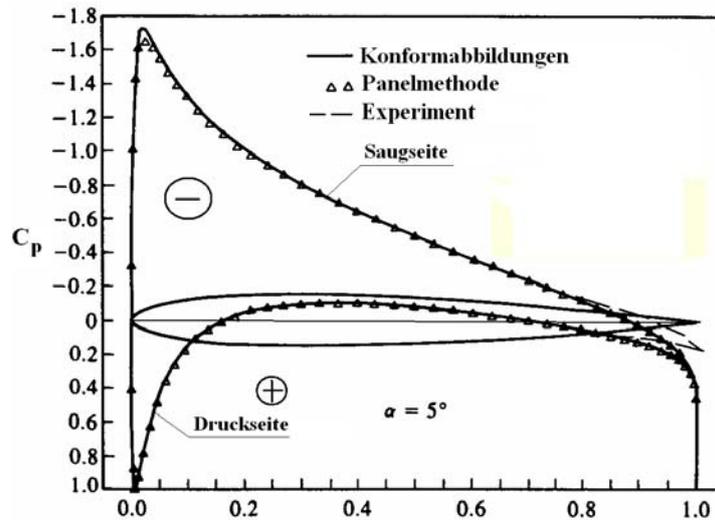


Abbildung 2.3: Typische Druckverteilung ohne Ablösung[18]

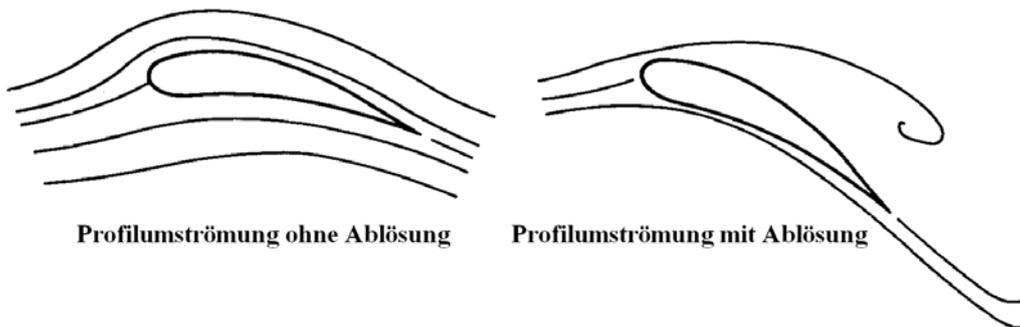
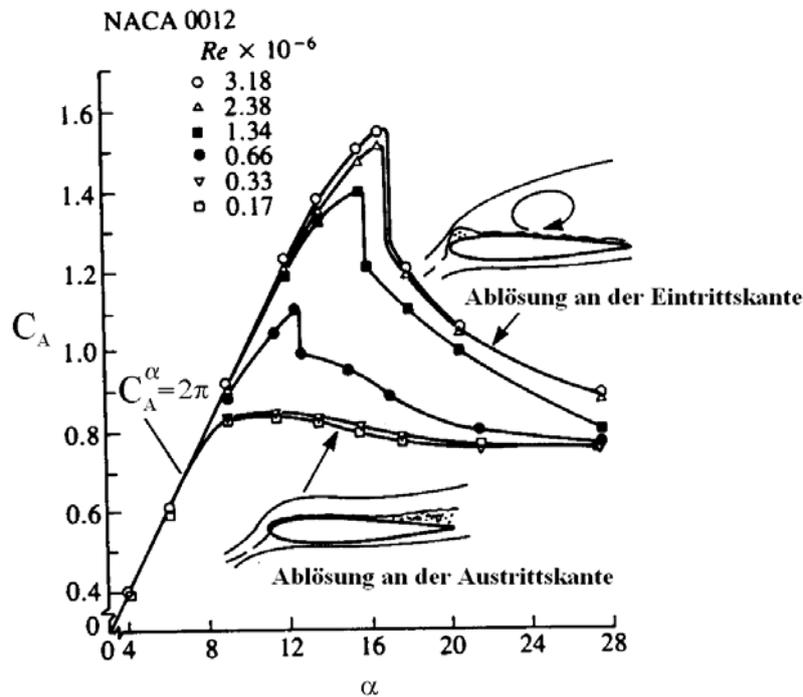


Abbildung 2.4: Profilmströmung ohne und mit Ablösung

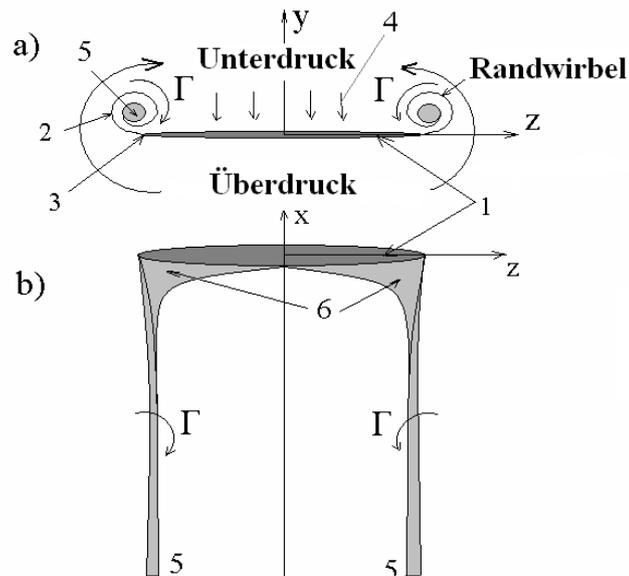
Die Ablösung führt zu dem so genannten Stall-Effekt. Der Auftriebsbeiwert  $C_A(\alpha) = \frac{2A}{\rho V_\infty^2 S}$ , der abhängig vom Anstellwinkel ist, fällt bei großen Reynoldszahlen stark ab.

Der kritische Anstellwinkel beträgt  $\alpha_{\text{krit}} = 15 - 18^\circ$  für Flügel mit einem großen Seitenverhältnis  $AR = L^2 / S > 4$  (engl. Aspect ratio), wobei  $L$  die Spannweite und  $S$  die Flügelfläche ist. Bei kleineren Seitenverhältnissen  $AR \leq 1$  kann der kritische Anstellwinkel wesentlich größer sein. Das Seitenverhältnis der Propellerblätter wird durch das Flächenverhältnis bestimmt. Die Propellerblätter haben moderate Seitenverhältnisse von ungefähr 2.0. Bei großen Reynoldszahlen entsteht die Ablösung im Bereich der Eintrittskante und der Auftriebsbeiwert nimmt stark ab (Abb. 2.5). Bei kleinen Reynoldszahlen, die übrigens für normale Arbeitszustände der Schiffspropeller nicht typisch sind, tritt die Ablösung an der Austrittskante auf. Die Abnahme des Auftriebsbeiwertes fällt in diesem Fall milder aus. Wie im nächsten Kapitel gezeigt wird, arbeiten die Propellerprofile bei nominellen Betriebszuständen mit Anstellwinkeln, die kleiner sind als der kritische Anstellwinkel.

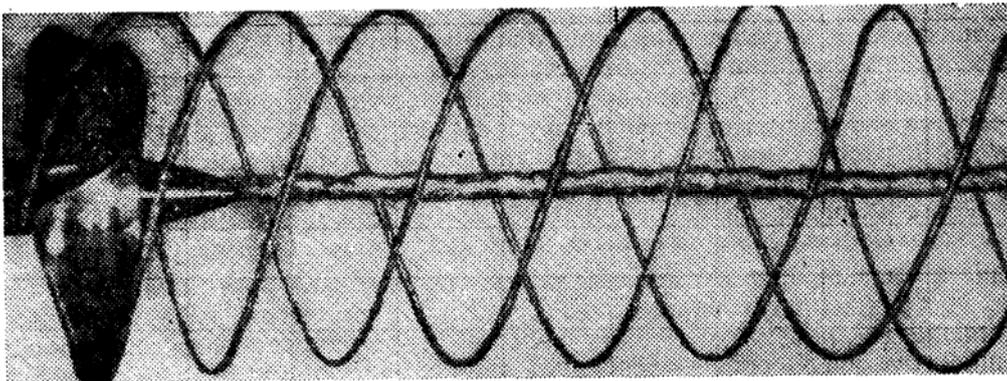


**Abbildung 2.5: Reynoldszahl- und Anstellwinkelabhängigkeit des Auftriebs[18]**

Der Druckunterschied zwischen der Saug- und der Druckseite führt zu einer Strömung von der unteren Seite des Flügels (1) zur oberen (Abb.2.6). An der Flügelspitze (3) löst sich die Strömung ab. Die abgelösten wirbelbehafteten Strömungsschichten (2) rollen sich auf, was zur Erzeugung längsorientierter Randwirbel (5) führt. Streng genommen entstehen entlang des Flügels die längsorientierten Wirbel an jedem Ort an dem eine Änderung des Auftriebs in Querrichtung stattfindet. Sie fließen an der Austrittskante ab und rollen sich mit den an der Blattspitze entstehenden Randwirbeln zusammen. Sie bilden damit die Wirbelschlepe des Flügels. In ähnlicher Weise entsteht der Randwirbel an den Blattspitzen eines Propellers. Diese können durch Randwirbelkavitation sichtbar gemacht werden (Abb. 2.7). An der Nabe findet eine starke Änderung des Schubes (oder des Auftriebs) statt, was wiederum zur Erzeugung des zweiten Längswirbels führt. Es bildet sich der Nabenwirbel (Abb. 2.7) aus. Im Gegensatz zu den Flügeln, hinter denen die Randwirbel fast gerade verlaufen, nehmen die Blattspitzenwirbel hinter einem drehenden Propeller die Schraubenlinienform an. Im Kern der Wirbel herrscht ein Unterdruck, der der Zirkulation des Wirbels (oder dem Flügelauftrieb) proportional ist. Übersteigt diese Zirkulation einen bestimmten Wert, entsteht eine Kavitation in den Wirbeln.



**Abbildung 2.6: Wirbelsystem des Flügels**

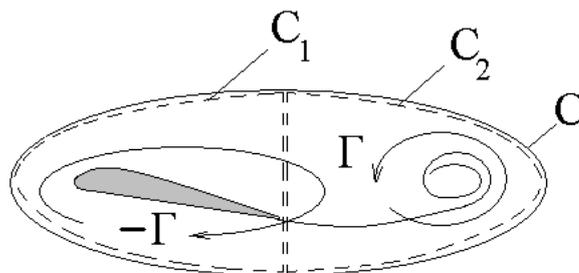


**Abbildung 2.7: Wirbelschema eines Propellers**

Falls sich der Flügel nicht stationär bewegt, bilden sich neben den Längswirbeln auch Querwirbel in der Wirbelschleife des Flügels. Dies kann mit Hilfe des Theorems von Thomson anschaulich illustriert werden. Es wird ein Flügelprofil betrachtet, das sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Ruhezustand befindet und bei  $t > 0$  sich mit einer konstanten Geschwindigkeit in Bewegung setzt. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ist die Zirkulation entlang der geschlossenen Kontur  $C = C_1$  gleich  $\Gamma = 0$  (Abb. 2.8). Nach dem Theorem von Thomson  $d\Gamma/dt = 0$  ist sie auch für alle darauf folgenden Zeitpunkte Null, wenn die Reibung vernachlässigt wird. Die Kontur  $C$  ändert ihre Form mit der Zeit, das heißt sie wird größer und fließt stromabwärts. Zum Zeitpunkt  $t > 0$  kann die Kontur  $C$  als die Summe von zwei Konturen  $C_1$  und  $C_2$  dargestellt werden. Wenn am Profil ein Auftrieb zum Zeitpunkt  $t > 0$  entsteht, folgt nach dem Theorem von Joukowski, dass auch eine Zirkulation entlang der Kontur  $C_1$  erzeugt wird, die bei positivem Auftrieb negativ ist  $\Gamma_1 = -\Gamma$ . Damit die gesamte Zirkulation entlang der Kontur  $C = C_1 \cup C_2$  Null wird, muss die Zirkulation  $\Gamma$  entlang der Kontur  $C_2$  positiv sein  $\Gamma + (-\Gamma) = 0$ .

Dies verlangt das Thomson Theorem. Der physikalische Grund für die Entstehung einer Zirkulation entlang der Kontur  $C_2$  ist der so genannte Anfahrwirbel von Prandtl. Im 3D Fall ist der Anfahrwirbel ein quer zur Anströmung liegender Wirbel. Wenn sich der Flügel instationär bewegt (z.B. mit Änderung des Anstellwinkels), entstehen nach dem gerade beschriebenen Mechanismus eine Reihe von Querwirbeln. Sie wirken zusammen mit den Längswirbeln und bilden eine sehr komplizierte Wirbelschleppe. Die gleichen Vorgänge finden in der Wirbelschleppe des Propellers statt, wenn sich der Propeller entweder mit einer variablen Drehzahl oder in einem ungleichförmigen Nachstrom dreht.

Die bisher vernachlässigte Reibung bei der Entstehung des Anfahrwirbels muss implizit angerechnet werden. Wie in der Schiffstheorie I [21] bei der Erläuterung der Kutta'schen Abflussbedingung betont wurde, bildet sich die Zirkulation am Profil nur aufgrund des Reibungseinflusses. Die oben beschriebene Erklärung zur Entstehung des Anfahrwirbels ist auch für reibungsbehaftete Strömungen gültig.



*Abbildung 2.8: Zur Erklärung der Entstehung der Zirkulation um ein Profil*

### 2.3 Profiltheorie des Schraubenpropellers

Die in diesem Kapitel vorliegende Theorie wird für Propeller mit Blättern, die ein großes Seitenverhältnis (schmale Blätter) haben, entwickelt. Dabei werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Komponenten der induzierten Geschwindigkeiten  $w_{x1}$  und  $w_{\theta 1}$  werden in der Propellerebene berechnet.
- Die radiale induzierte Geschwindigkeit  $w_r$  wird vernachlässigt.
- Die am Blattprofil angreifenden Kräfte sind den Kräften gleich, die am Flügel mit gleichem Profil und einer unendlichen Spannweite entstehen.
- Der Schub  $T$  und das Moment  $Q$  am Propellerblatt können als Summe der an den einzelnen Blattprofilen entstehenden Elementarkräften  $dT$  und Elementarmomenten  $dQ$  berechnet werden (Abb. 1.25)

$$\begin{aligned} dT &= dA \cos \beta_1 - dW \sin \beta_1 = dA \cos \beta_1 (1 - \varepsilon \tan \beta_1), \\ dQ &= r(dA \sin \beta_1 + dW \cos \beta_1) = r dA \sin \beta_1 (1 + \varepsilon \cot \beta_1), \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dabei entsprechen  $dA$  dem elementaren Auftrieb und  $dW$  dem elementaren Widerstand am Blattprofil. Der hydrodynamische Fortschrittswinkel (Steigungswinkel gegen induzierte Strömung) ist  $\beta_1$  und die reziproke Gleitzahl des Profils ist  $\varepsilon = C_w / C_A$ . Führt man die dimensionslosen Beiwerte  $C_A = 2dA / (\rho V_R^2 b dr)$  und  $C_w = 2dW / (\rho V_R^2 b dr)$  ein, wobei  $V_R = \sqrt{(V_A + w_{x1})^2 + (\Omega r - w_{\theta 1})^2}$  die lokale resultierende Anströmgeschwindigkeit und  $b$  die Profiltiefe ist, ergibt sich:

$$\begin{aligned} dT &= 0.5 \rho C_A b V_R^2 \cos \beta_1 (1 - \varepsilon \tan \beta_1) dr, \\ dQ &= 0.5 \rho C_A b V_R^2 \sin \beta_1 (1 + \varepsilon \cot \beta_1) r dr. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Integriert man  $dT$  und  $dQ$  entlang des Blattradius ergeben sich der gesamte Schub und das Moment für  $Z$  Blätter:

$$\begin{aligned} T &= Z \int_{r_N}^R 0.5 \rho C_A b V_R^2 \cos \beta_1 (1 - \varepsilon \tan \beta_1) dr, \\ Q &= Z \int_{r_N}^R 0.5 \rho C_A b V_R^2 \sin \beta_1 (1 + \varepsilon \cot \beta_1) r dr, \end{aligned} \quad (2.3)$$

Der Schubbeiwert und der Drehmomentsbeiwert sind dann:

$$\begin{aligned} K_T &= \frac{T}{\rho n^2 D^4} = \frac{Z}{4} \int_{\bar{r}_N}^1 C_A \frac{b}{D} \left( \frac{V_R}{nD} \right)^2 \cos \beta_1 (1 - \varepsilon \tan \beta_1) d\bar{r}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \\ K_Q &= \frac{Q}{\rho n^2 D^5} = \frac{Z}{8} \int_{\bar{r}_N}^1 C_A \frac{b}{D} \left( \frac{V_R}{nD} \right)^2 \sin \beta_1 (1 + \varepsilon \cot \beta_1) \bar{r} d\bar{r}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die nächste Aufgabe besteht in der Bestimmung des Auftriebsbeiwertes  $C_A$ , des Widerstandsbeiwertes  $C_w$  und der reziproken Gleitzahl  $\varepsilon = C_w / C_A$ . Eine typische Abhängigkeit dieser Beiwerte von dem hydrodynamischen Anstellwinkel  $\alpha_1$  (Anstellwinkel gegen die induzierte Anströmung  $V_R$ ) wird in Abb. 2.9 gezeigt. Bei der Analyse dieser Abbildung fällt folgendes auf:

- Die Abhängigkeit des Auftriebs von  $\alpha_1$  ist in einem breiten Bereich des Anstellwinkels linear.
- Propellerprofile funktionieren bei Anstellwinkeln, die kleiner sind als der kritische Anstellwinkel.

- Wie bei einem Flügel existiert ein optimaler Anstellwinkel, bei dem die Gleitzahl maximal ist ( $\varepsilon = C_w / C_A$  ist minimal).

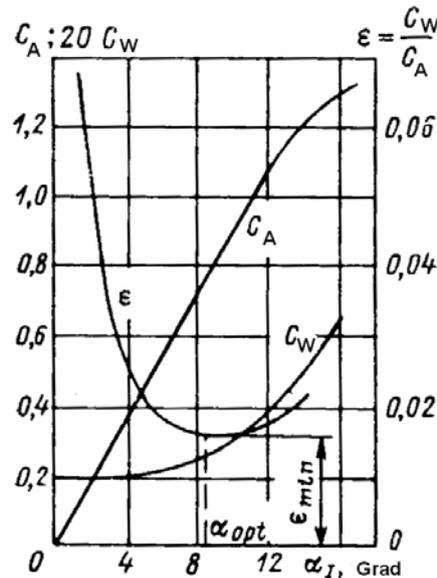


Abbildung 2.9: Hydrodynamische Beiwerte eines Blattprofils (entnommen von [5])

Der Auftriebsbeiwert eines beliebigen Profils kann mit Hilfe der Paneelmethode berechnet werden. Die hydrodynamische Wirkung des Profils auf die Anströmung wird durch eine an der Profilkontur gelagerten Wirbelschicht modelliert. Das gesamte Potential, der entlang der Kontur  $l$  gelagerten Wirbelschicht und der Parallelanströmung, wird durch folgende aus der Strömungsmechanik bekannte Formel bestimmt

$$\varphi = V_\infty (x \cos \alpha + y \sin \alpha) + \frac{1}{2\pi} \int_l \gamma(l) \operatorname{arctg} \frac{y - y_1}{x - x_1} dl. \quad (2.5)$$

Die unbekannte Wirbelstärke  $\gamma(l)$  ergibt sich aus der Undurchlässigkeitsbedingung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ an } l, \quad (2.6)$$

wobei  $n$  der in das Strömungsgebiet gerichtete Normalvektor ist. Setzt man (2.5) in (2.6) ein, ergibt sich die Integralgleichung:

$$V_\infty \left( \frac{\partial x}{\partial n} \cos \alpha + \frac{\partial y}{\partial n} \sin \alpha \right) + \frac{1}{2\pi} \int_l \gamma \frac{\partial}{\partial n} \left( \operatorname{arctg} \frac{y - y_1}{x - x_1} \right) dl = 0, \quad (2.7)$$

$$\text{wobei } \frac{\partial x}{\partial n} = \cos(n, x), \quad \frac{\partial y}{\partial n} = \cos(n, y).$$

Zwei weitere Diskretisierungsschritte finden Anwendung in der Paneelmethode. Im ersten wird die Profilkontur durch N-1 Paneele ersetzt. Die Knotenpunkte des Paneelnetzes können mit der so genannten Kosinus-Regel berechnet werden. Nach dieser Regel werden N Punkte auf dem Kreis um das Profil (Abb. 2.10) gleichförmig in der Umfangsrichtung aufgetragen und danach auf die Profilkontur projiziert. Die Punkte 1 und N fallen zusammen. Jeder Punkt entspricht einem bestimmten Winkel  $\theta$ . Die Knotenpunkte des Paneelnetzes sind damit  $x^k = \cos \theta, y_{o,u}^k = y_{o,u}^k(x^k)$ . Im zweiten Schritt wird die unbekannte Wirbelstärke  $\gamma(l)$  innerhalb jedes Paneels linearisiert dargestellt. Die Werte der Wirbelstärke in den Knotenpunkten  $\gamma_i, i=1, N$  sind unbekannt. Die Undurchlässigkeitsbedingung, durch eine Integralgleichung ausgedrückt, wird in den geometrischen Mittelpunkten der Paneele erfüllt.

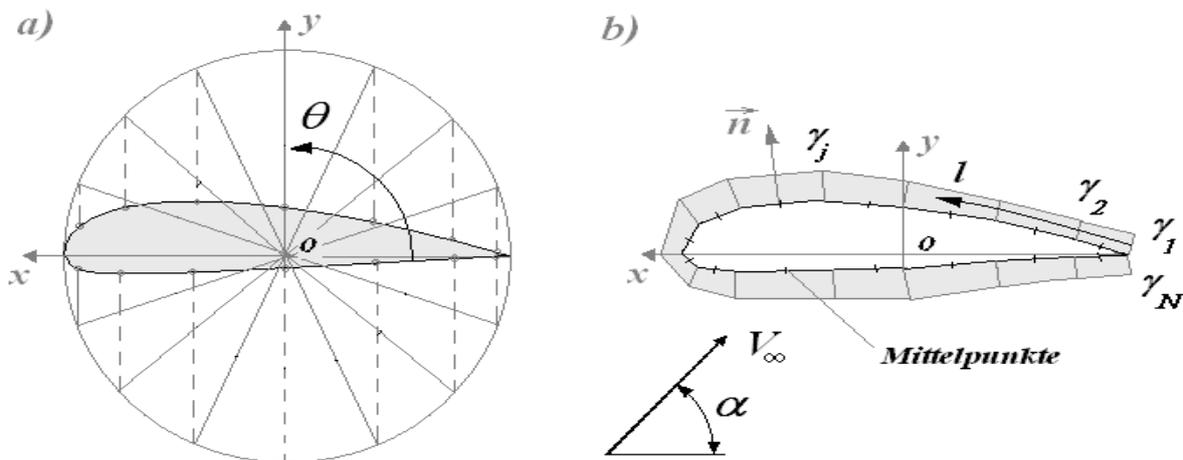


Abbildung 2.10: Paneelmethode

Durch die Diskretisierung wird die Integralgleichung (2.7) zu dem folgenden System linearer algebraischer Gleichungen reduziert

$$\sum_{k=1}^N \gamma_k a_{ik} = b_i, \quad (2.8)$$

$$i = 1, N-1$$

wobei

$$a_{ik} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{l_k - l_{k-1}} \int_{l_{k-1}}^{l_k} (l - l_{k-1}) \chi dl + \frac{1}{l_{k+1} - l_k} \int_{l_k}^{l_{k+1}} (l_{k+1} - l) \chi dl \right], \quad (2.9)$$

$$\chi = \frac{\partial}{\partial n} \left( \arctg \frac{y - y_1}{x - x_1} \right) dl$$

ist. Das System hat N-1 Gleichungen (Anzahl der Mittelpunkte oder der Paneele) und beinhaltet N Unbekannte. Die eine fehlende Gleichung wird von der Kutta'sche

Abflussbedingung geliefert. Wenn der Profilwinkel an der Austrittskante nicht Null ist, soll die Geschwindigkeit an der Austrittskante laut der Bedingung von Kutta Null sein. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn die gesamte Wirbelstärke an der Eintrittskante auch gleich Null ist

$$\gamma_1 + \gamma_N = 0 . \quad (2.10)$$

Das System von N Gleichungen hat jetzt N Unbekannte und kann gelöst werden. Als Ergebnis dieser Lösung ergeben sich die Wirbelstärken in Knotenpunkten des Paneelnetzes. Wie in der Strömungsmechanik gezeigt wird, ist die tangentielle Geschwindigkeit  $u_i$  auf der Wirbelschicht von der Strömungsseite der Wirbelstärke gleich:

$$\gamma = u_i \quad (2.11)$$

Damit kann der Druckbeiwert in den Knotenpunkten des Paneelnetzes bestimmt werden

$$C_{pj} = 1 - u_i^2 / V_\infty^2 = 1 - \gamma_j^2 / V_\infty^2 \quad (2.12)$$

Integriert man entlang der Profilkontur den Druck ergibt sich der Auftrieb. Die auf der Potentialtheorie basierenden Paneelmethoden ermöglichen die Berechnung des Auftriebes und der Druckverteilung. Letztere kann für die Abschätzung von Kavitationsauftreten behilflich sein. Der Widerstand kann nicht mit den Paneelmethoden ermittelt werden. Um ihn zu bestimmen, muss die Paneelmethode mit der Berechnung der Grenzschicht folgendermaßen gekoppelt werden:

- Die Druckverteilung wird mit der Paneelmethode berechnet.
- Aus der Grenzschichtberechnung wird die Verdrängungsdicke  $\delta^*(x)$  abgeschätzt.
- Die Profilkontur  $y = y(x)$  wird mit der Verdrängungsdicke korrigiert  $y_{o,u}^{cor} = y_{o,u}(x) + \delta_{o,u}^*(x)$ .

Diese Schritte werden solange iterationsweise wiederholt, bis die Verdrängungsdicke und die Druckverteilung konvergieren. Anschließend wird der Widerstand berechnet. Im Englischen heißt diese Methode IBL - Interaction boundary layer.

Mischkevich vom Krylov Schiffbauforschungsinstitut St. Petersburg hat in den 80er Jahren systematische Berechnungen für eine Propellerprofilserie durchgeführt. Diese Profilserie wurde auf Basis der Dickenverteilung des Profils NACA - 66 durchgeführt und mit der Bedingung einer stoßfreien Umströmung der Eintrittskante entworfen. Sie

ist dadurch gekennzeichnet, dass die Auftriebsverteilung auf etwa 80 Prozent der Profiltiefe konstant ist (Abb. 2.11). Daher die Bezeichnung NACA,  $a=0.8$ .

Der Auftriebsbeiwert wurde auf Basis dieser Berechnungen mit folgender Formel approximiert

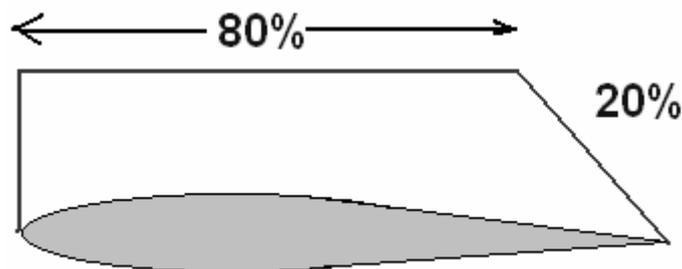
$$C_A = 2\pi\mu(\alpha + 2\chi\bar{f}). \quad (2.13)$$

Für die Faktoren  $\mu$  und  $\chi$ , die die Profildicke und den Reibungseinfluss berücksichtigen, gelten die folgenden Formel:

$$\begin{aligned} \mu &= (1 + 0.87\bar{t}) [1 - \text{Exp}(-0.0691 + 12.46\bar{t} - 0.1855 \ln Re)], \\ \chi &= 1.015 \left[ 1 + \frac{\bar{t}(\bar{t} - 0.05)}{(0.04664 \ln Re - 0.4378)^2} \right], \end{aligned} \quad (2.14)$$

wobei  $Re = V_R b / \nu$  die Reynoldszahl ist. Für die reziproke Gleitzahl gilt

$$\varepsilon = \frac{0.05808(1 + 2.3\bar{t})}{C_A Re^{0.1458}}. \quad (2.15)$$



**Abbildung 2.11: Schematische Darstellung der Auftriebsverteilung der Propellerprofilserie NACA,  $a=0.8$  bei stoßfreier Anströmung**

Die Formel (2.13 - 2.15) sind für den folgenden Bereich der strömungsmechanischen und geometrischen Parameter gültig:

$$Re \geq 10^5, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 0.1, \quad 0 \leq \bar{f} \leq 0.03, \quad -0.1 \leq C_A \leq 0.3 \quad .$$

In der ersten Näherung kann man die induzierten Geschwindigkeiten  $w_{x1}$  und  $w_{\Theta 1}$  vernachlässigen. In diesem Fall sind der Fortschrittswinkel  $\beta$  und der hydrodynamische Fortschrittswinkel  $\beta_1$  gleich. Die Formel (2.4) und (2.13 - 2.15) sind somit ausreichend, um den Schubbeiwert und den Drehmomentenbeiwert zu bestimmen.

## Übungen

Das Schiff bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 18 Knoten. Die Nachstromziffer beträgt 0.2. Der Schiffspropeller hat die folgenden geometrischen Parameter:

- Durchmesser 6 m
- Profil Section1.arf (siehe Autowing Verzeichnis)
- Tiefe der Propellerachse 7 m
- $\varphi = \arctan[ P / (\pi D ) ] = 20^\circ$

**Aufgabe:** In welchem Bereich der Drehzahl entsteht keine Kavitation an dem Flügelschnitt bei  $r/R = 0.7$ ?

### Hinweise:

Die Lösung des Problems erfolgt mit Hilfe des Programms Autowing. Mit dem Programm Autowing soll zuerst das Kavitationsdiagramm berechnet werden.

Benutzen Sie die Option Calculate- 2D Calculation-Serial.

Variable: Pitch

Surface type: no surface

First -2.2 Step 0.2 Last 2.2

Airfoil file: Section1.arf (soll mit Browser gefunden werden)

Output: egal

Approximation: spline

Number of panels: 60

Das Kavitationsdiagramm finden Sie unter Results-2D calculation results

Open file egal

Im Fenster Lift... click the right mouse button

Select Cp\_min. Sie bekommen das Kavitationsdiagramm (siehe Abb. 3.3)

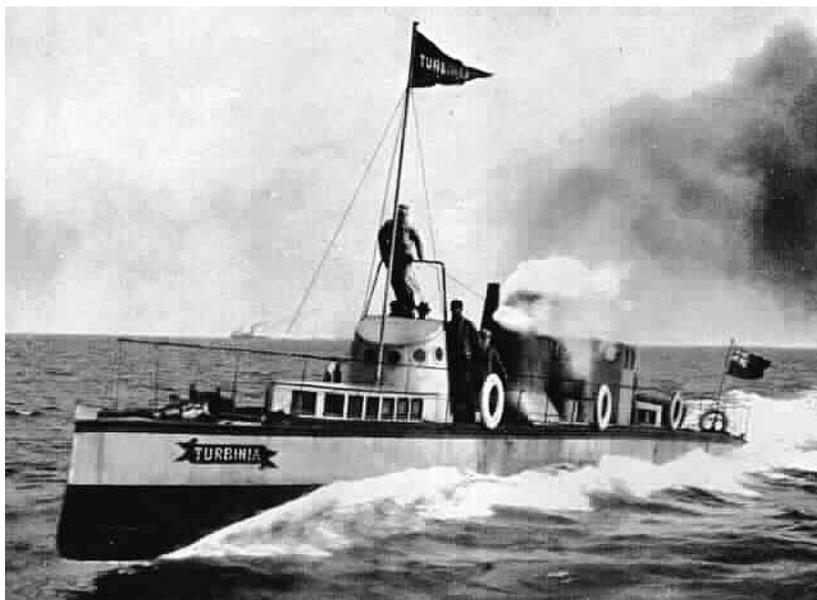
Die induzierten Geschwindigkeiten  $w_{x1}$  und  $w_{\theta1}$  können vernachlässigt werden. Die

Kavitationszahl ist 
$$\sigma = \frac{2(p_0 + \rho gh - p_d)}{\rho V_R^2}$$

## 3. Kavitation

### 3.1 Entdeckung der Kavitation an Schiffspropellern

Mit der Kavitation wurden die Schiffbauer zum ersten Mal Ende des neunzehnten Jahrhunderts beim Bau der Schiffe *Daring* und *Turbinia* (Abb. 3.1) konfrontiert. Die *Turbinia* wurde 1894 als Prototyp eines schnellen Schiffes vom britischen Ingenieur Parsons, dem Erfinder der Dampfturbine gebaut. Das Schiff hatte folgende Maße: 30,4m x 2,7m x 0,9m und eine Verdrängung von 45 Tonnen. Sie wurde mit der Parsonsturbine ausgerüstet, um eine Höchstgeschwindigkeit von 35 Knoten zu erreichen, jedoch verliefen die ersten Tests enttäuschend. Die Turbine brachte das Schiff nicht einmal auf 20 Knoten. Zu diesem Zeitpunkt war schon bekannt, dass sich bei großen Drehzahlen, Dampfblasen an den Propellerblättern bilden. Diese Erscheinung wurde von Osborn Reynolds im Jahre 1873 dokumentiert. Aufgrund dessen wurde die Hypothese aufgestellt, dass die Ursache für die niedrige Geschwindigkeit nicht in der Turbine sondern beim Propeller zu suchen ist. Die darauf folgenden Tests haben dies vollständig bestätigt. Bei großen Geschwindigkeiten bildeten sich Dampfblasen an den Propellerblättern, die die Vortriebskraft am Propeller wesentlich reduzieren. Zurzeit sind verschiedene Methoden bekannt, um die Kavitation zu beseitigen (s. Kapitel 3.10). Parsons ist damals intuitiv den einfachsten aber wirksamsten Weg gegangen. Er baute 3 Turbinen, die 3 Wellen antrieben. An jeder Welle brachte er 2 weitere Propeller an, so dass 9 kleine Propeller statt einem Großen für den Vortrieb sorgten. Damit wurde die Kavitation beseitigt und Parsons konnte während der alljährlichen Flottenparade 1897 vor den Augen von Queen Victoria und Europas gekrönten Häuptern mit seiner *Turbinia* die damals unvorstellbare Geschwindigkeit von 33 Knoten erreichen.



*Abbildung 3.1: Parsons Schiff „Turbinia“ (1894)*

### 3.2 Physik der Kavitationserscheinung

Unter Kavitation versteht man die Bildung von Dampfbläschen bei der Unterschreitung des Dampfdruckes.

Der Begriff Kavitation (cavitation) wurde von Froude vom lateinischen Wort „cavitas“ (Hohlraum) abgeleitet.

Die Kavitationserscheinungen im Schiffbau können nicht als ein lokales Zerreißen der Flüssigkeit infolge der Zugspannungen erklärt werden. In besonders reinem Wasser sind die Verbindungen zwischen den Molekülen so stark, dass das Zerreißen nur bei Zugspannungen größer als  $200 - 300 P_{\text{atm}}$  auftritt. Damit ist die Zugfestigkeit von destilliertem Wasser nur zehn Mal kleiner als die von Stahl.

Die Ursache der Kavitation an schiffbautechnischen Objekten ist „kaltes“ Sieden bei niedrigen Temperaturen. Wie aus der Thermodynamik bekannt ist, tritt Sieden auf, wenn der Druck in der Flüssigkeit dem Dampfdruck gleich ist. Der Dampfdruck bei niedrigen Temperaturen ist wesentlich kleiner als der atmosphärische Druck  $P_{\text{atm}}$  (101325 Pa) und hängt von der Temperatur ab (s. Tabelle 3.1). Bei einer Temperatur von  $100^{\circ}\text{C}$  ist der Dampfdruck dem atmosphärischen Druck gleich, somit kocht Wasser bei einer Temperatur von  $100^{\circ}\text{C}$ . Bei niedrigeren Temperaturen kann Wasser auch kochen, allerdings muss dabei der Druck kleiner sein. Bei einer Temperatur von  $5^{\circ}\text{C}$  liegt der Dampfdruck bei 872.3 Pa. Dieser Druck ist in Unterdruckgebieten an den Saugseiten der Propellerblätter bei großen Drehzahlen durchaus möglich. Somit werden die Voraussetzungen für kaltes Sieden an Propellerblättern erfüllt.

Für Sieden sind zusätzlich Keime (kleine Luft- oder Dampfblasen) erforderlich. Diese ungelösten Luftblasen sind im Wasser unter normalen Bedingungen immer vorhanden. Typische Abmessungen dieser Luftblasen liegen zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-3}$  cm. Die ungelösten Luftblasen sind für die Entstehung der Kavitation wichtig. Wenn Schiffbauer es mit reinem Wasser (ohne Verunreinigungen, ohne Partikel, ohne Luftblasen) zu tun hätten, wäre Kavitation im Schiffbau völlig unbekannt.

Die Luftblasen fangen an zu wachsen, wenn sie in ein Unterdruckgebiet geraten, in dem der Druck dem Dampfdruck gleich ist. Der Grund dafür ist die Bildung von Dampf an der Oberfläche der Blasen. Die Luftblasen werden dadurch sichtbar und die Kavitation tritt auf.

**Tabelle 3.1: Dampfdruck und Dichte des Wassers  
in Abhängigkeit von der Temperatur**

T in [°C]	0	5	10	15	20	30	100
Dampfdruck in [Pa]	610.5	872.3	1228	1705	2338	4243	101325
Dichte in [kg/m <sup>3</sup> ]	999.84	999.97	999.7	999.1	998.2	995.6	958.3

### 3.3 Herkunft der Kavitationskeime

Wie bereits erwähnt wurde, beinhaltet Wasser eine große Anzahl ungelöster Luftblasen verschiedener Größen. Epstein (1945) und Harvey (1947) entwickelten die Hypothese, dass sich die für die Kavitation verantwortlichen Luftblasen meist in den keilförmigen Poren (Abb. 3.2) an der Schiffsoberfläche sowie an Partikeln und Schwebstoffteilchen geologischer und biologischer Herkunft, die das Meerwasser in großer Anzahl enthält, befinden. Die Luftblasen I sind stabil, während voll benetzte Blasen II zur Instabilität neigen. Die Begründung von Epstein und Harvey basiert auf dem Laplaceschen Gesetz.

$$p_{out} - p_d = \frac{2\sigma}{R}, \quad (3.1)$$

wobei  $p_{out}$  der Umgebungsdruck im Wasser,  $p_d$  der Dampfdruck,  $\sigma$  der Oberflächenspannungskoeffizient und  $R$  der Krümmungsradius der Luftblasen ist. Je kleiner  $R$  ist, umso größer kann der Druckunterschied zwischen  $p_{out} - p_d$  ausfallen. Die Oberflächenspannung gewährleistet den Gleichgewichtszustand der Blase. Die Luftblase kann somit stabil existieren. Kommt die Blase in ein Unterdruckgebiet mit  $p_{out} \approx p_d$ , wächst sie durch Verdampfung an der Oberfläche und verlässt schließlich die Pore durch Bildung der vollständig benetzten Blase II.

Für die Blase II sieht das Laplacesche Gesetz anders aus:

$$p_{out} - p_d = -\frac{2\sigma}{R}, \quad (3.2)$$

Das negative Vorzeichen auf der rechten Seite der Gleichung (3.2) entsteht, da das Krümmungszentrum innerhalb der Blase liegt. Die kleine Luftblase kann nur bei negativem Druck  $p_{out}$  existieren, was unrealistisch ist. Die Luftblase ist instabil und kann entweder anwachsen oder kollabieren. Nur in ruhigen Gewässern können Luft- und Dampfblasen längere Zeit in Poren stabil existieren.

In der Umgebung eines fahrenden Schiffes können die reinen Luftblasen II, die nicht aus den Poren entstanden sind, vorhanden sein. Sie entstehen infolge brechender Schiffswellen (z.B. Bugwellen) sowie durch Seegang.

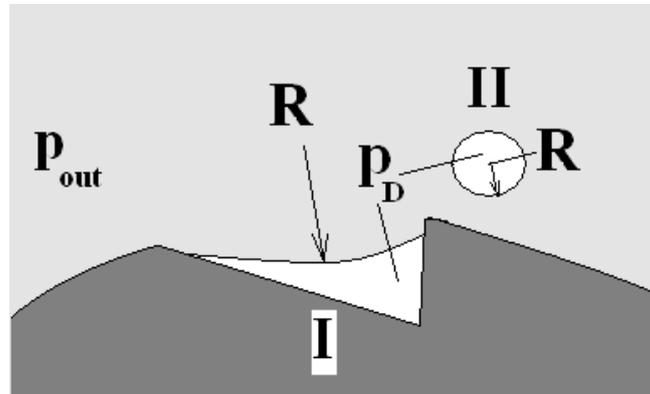


Abbildung 3.2: Luftblase in der Pore (I) und freie Luftblase (II)

### 3.4 Kavitationszahl und Kavitationsdiagramm

Es werden zwei Punkte 0 und 1 auf einer Stromlinie betrachtet, wobei Punkt 0 weit entfernt vom Körper liegt. Im Punkt 1, der an der Körperoberfläche liegt, tritt Kavitation auf. Die Bernoulli'sche Gleichung für diese zwei Punkte lautet:

$$p_0 + \rho V_0^2 / 2 = p_1 + \rho V_1^2 / 2 \quad (3.3)$$

Führt man den Druckbeiwert  $C_p$  ein, ergibt sich aus (3.3)

$$-C_p = (p_0 - p_1) / (\rho V_0^2 / 2) = V_1^2 / V_0^2 - 1 \quad (3.4)$$

$$-C_p = \frac{p_0 - p_d}{\rho V_0^2 / 2} - \frac{p_1 - p_d}{\rho V_0^2 / 2} \quad (3.5)$$

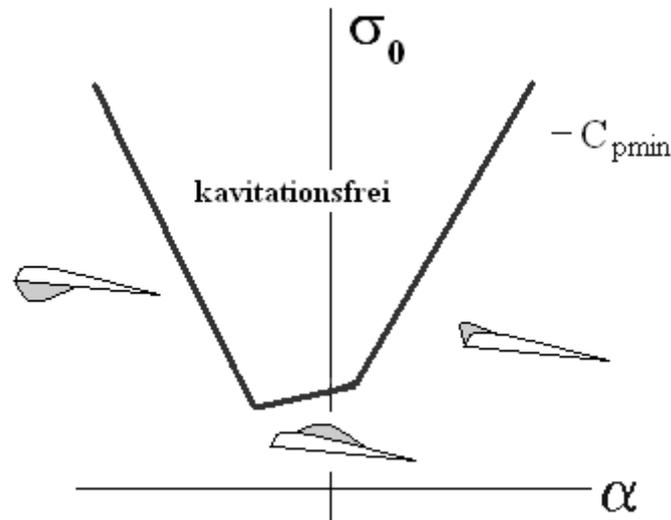
Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung (3.5) stellt die Kavitationszahl der Anströmung dar

$$\sigma_0 = \frac{p_0 - p_d}{\rho V_0^2 / 2}, \quad (3.6)$$

während der zweite Term die lokale Kavitationszahl ist

$$\sigma_1 = \frac{p_1 - p_d}{\rho V_0^2 / 2}. \quad (3.7)$$

Wenn die Kavitation im Punkt 1 auftritt, gilt  $\sigma_1 = 0$  und  $-C_p = \sigma_0$ .



**Abbildung 3.3: Kavitationsdiagramm eines Profils**

Ob die Kavitation an einem Flügelprofil auftritt, kann aus dem Kavitationsdiagramm (Abb. 3.3) abgeschätzt werden. Es stellt die Abhängigkeit des minimalen Druckbeiwertes vom Anstellwinkel dar. Diese Abhängigkeit hat für Propellerprofile normalerweise eine Korbform. Die Punkte am Diagramm, in denen  $-C_{pmin} = \sigma_0$  gilt, entsprechen dem Kavitationsauftreten. Falls im Punkt des minimalen Drucks an der Flügeloberfläche keine Kavitation auftritt, ist der Druck in diesem Punkt größer als der Dampfdruck, d.h.  $p_1 > p_d$ . In diesem Fall ist die Kavitationszahl  $\sigma_0$  größer als der minimale Druckbeiwert, d.h.  $\sigma_0 = -C_p + \frac{p_1 - p_d}{\rho V_0^2 / 2} > -C_p$ . Die Punkte, die im Korb liegen, entsprechen der kavitationsfreien Umströmung. Außerhalb des Korbes liegen die Punkte, die der Umströmung mit der Kavitation entsprechen. Das Kavitationsdiagramm ermöglicht die Auswahl der Anströmgeschwindigkeiten und der Anstellwinkel, bei denen die Kavitation nicht auftritt.

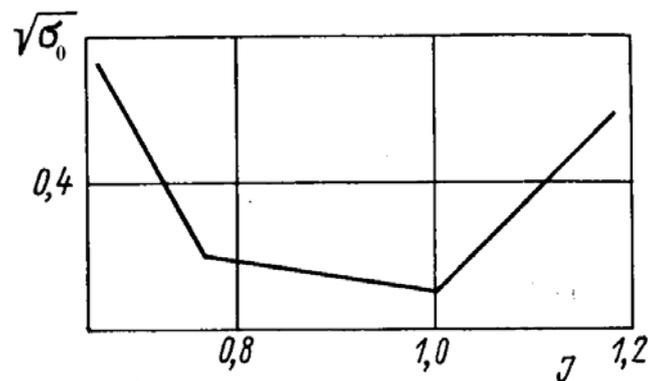
Als charakteristische Geschwindigkeit  $V_o$  für Propelleranwendungen wird entweder die Umfangsgeschwindigkeit  $\pi n D$  oder eine charakteristische Anströmgeschwindigkeit  $\sqrt{V_A^2 + V_T^2}$  benutzt. Damit ist die Kavitationszahl

$$\sigma_0 = \frac{2(p_0 - p_d)}{\rho \pi^2 n^2 D^2} \quad (3.8)$$

oder

$$\sigma_0 = \frac{2(p_0 - p_d)}{\rho(V_A^2 + V_T^2)}. \quad (3.9)$$

Die Kavitationszahl in der Form (3.8) nutzt man für die Untersuchungen bei einer konstanten Fortschrittsgeschwindigkeit des Propellers  $V_A$ . Wenn  $V_A$  variabel ist, kommt die Formel (3.9) zum Einsatz. Dabei wird die Umfangsgeschwindigkeit  $V_T$  für einen charakteristischen Radius, z.B.  $\frac{r}{R} = 0,7$ , genommen.



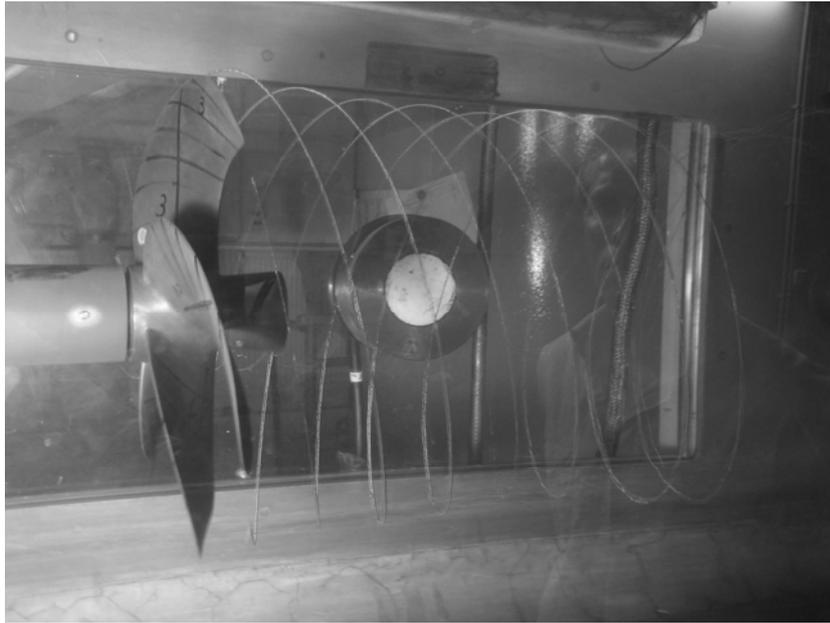
**Abbildung 3.4:** *Typisches Kavitationsdiagramm für Propeller*

Ein typisches Kavitationsdiagramm für Propeller wird in Abbildung 3.4 dargestellt. Anstelle des Anstellwinkels wird hier der Fortschrittsgrad  $J$  angegeben. Große Anstellwinkel  $\alpha$  entsprechen kleineren Werten des Fortschrittsgrades und kleine Winkel  $\alpha$  entsprechen einem großen Fortschrittsgrad  $J$ . Deshalb sieht das Diagramm in Abbildung 3.4 aus wie das Diagramm 3.3. Es ist lediglich an der vertikalen Achse gespiegelt.

### 3.5 Kavitationsarten

Es werden nach ihrem Erscheinungsbild drei Kavitationsformen unterschieden. Spitzenwirbelkavitation (Abb. 3.5) tritt auf, wenn der Unterdruck im Spitzenwirbel den Dampfdruck unterschreitet.

Blasen kavitation (Abb. 3.6) ist eine Art der Kavitation, bei der das Kavitationsgebiet aus einer Menge der einzelner fast sphärischen Blasen besteht. Diese Kavitationsform ist stark instationär. Die Blasen wachsen schnell an und zerfallen ebenso schnell wieder.

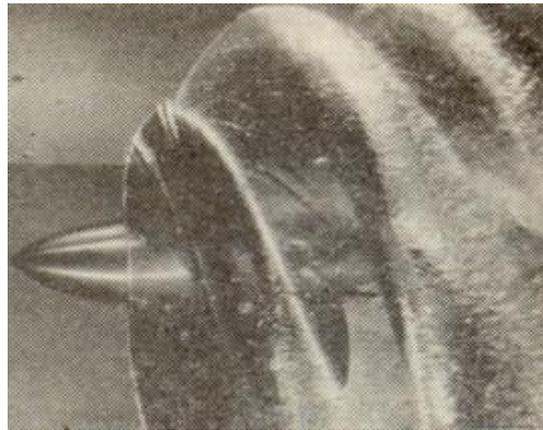


**Abbildung 3.5: Spitzenwirbelkavitation. Visualisierung der SVA Potsdam**



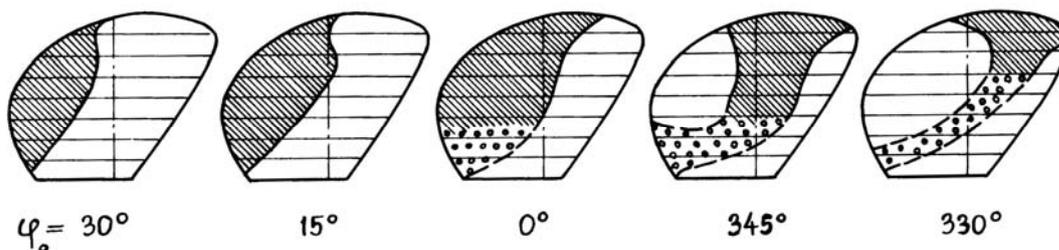
**Abbildung 3.6: Blasen kavitation (Bild aus [11])**

Bei der Flächenkavitation (Abb. 3.7) bilden sich geschlossene, oft durchsichtige, Dampf Hohlräume. Diese Dampf Hohlräume sind mehr oder weniger stationär. Nur im Heckbereich des Dampf Hohlräume sind instationäre Gebiete zu beobachten. Die strömungsphysikalischen Berechnungen in diesen Gebieten sind sehr kompliziert. Es treten dort zeitlich schwankende Rückströmungen auf und bilden kleine instationäre Bläschen.



**Abbildung 3.7: Flächenkavitation (Bild aus [5])**

An verschiedenen Orten des Propellers können bei verschiedenen Winkelpositionen des Blattes verschiedene Formen der Kavitation auftreten. Abb. 3.8 zeigt die Entwicklung der Kavitation an einem Blatt des Propellers eines Ro-Ro Schiffes mit 5 Flügeln in Abhängigkeit von den Flügelwinkeleinstellungen.



**Abbildung 3.8: Kavitationserscheinungen am Propeller eines Ro-Ro Schiffes. Getönt ist die Flächenkavitation, Blasen zeigen die Blasen kavitation [17]**

Nach dem Erscheinungsort kann man die folgenden Arten der Kavitation nennen:

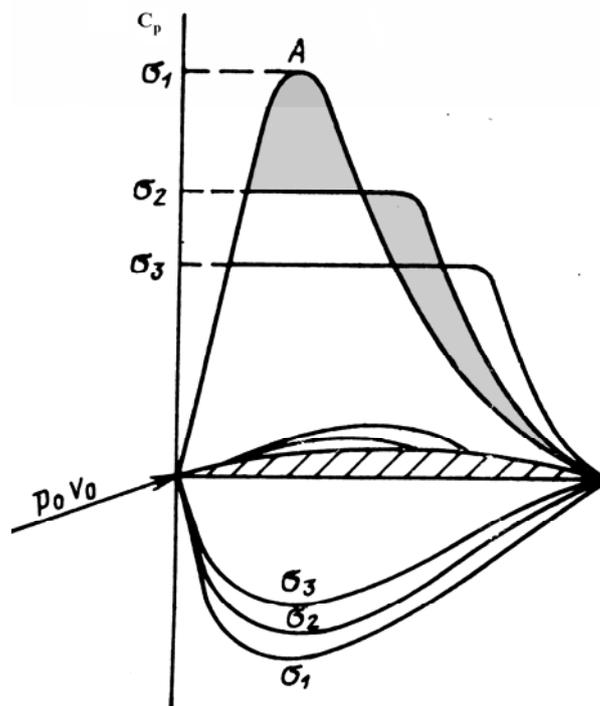
- Saugseitenkavitation - ausgehend von der Profilvorderkante
- Saugseitenkavitation - ausgehend von der dicksten Stelle des Profils
- Druckseitenkavitation - ausgehend von der Profilvorderkante

Die Saugseitenkavitation an der Profilvorderkante entsteht bei einer stoßartigen Umströmung der Vorderkante bei großen Anstellwinkeln. Diese Art der Kavitation entspricht der rechten Seite des Korbes am Kavitationsdiagramm in Abb. 3.3 oder der linken Seite am Diagramm in Abb. 3.4. Die Blattprofile der Propeller werden so entworfen, dass bei moderaten Anstellwinkeln die Profilvorderkante stoßfrei umströmt wird. Deshalb wird der geringste Druck an der dicksten Stelle des Profils dokumentiert. Diesem Kavitationstyp entspricht der mittlere Teil des Diagramms. Bei negativen Anstellwinkeln entsteht an der Druckseite des Profils ein Unterdruck. Dies

ist äquivalent zur Saugseitenkavitation, da die Druckseite zur Saugseite wird. Die Druckseitenkavitation, ausgehend von der Profilverdkerante, entspricht der linken Seite des Korbes in Abb. 3.3 oder der rechten Seite in Abb. 3.4.

### 3.6 Einfluss der Flächenkavitation auf die Profilhydrodynamik

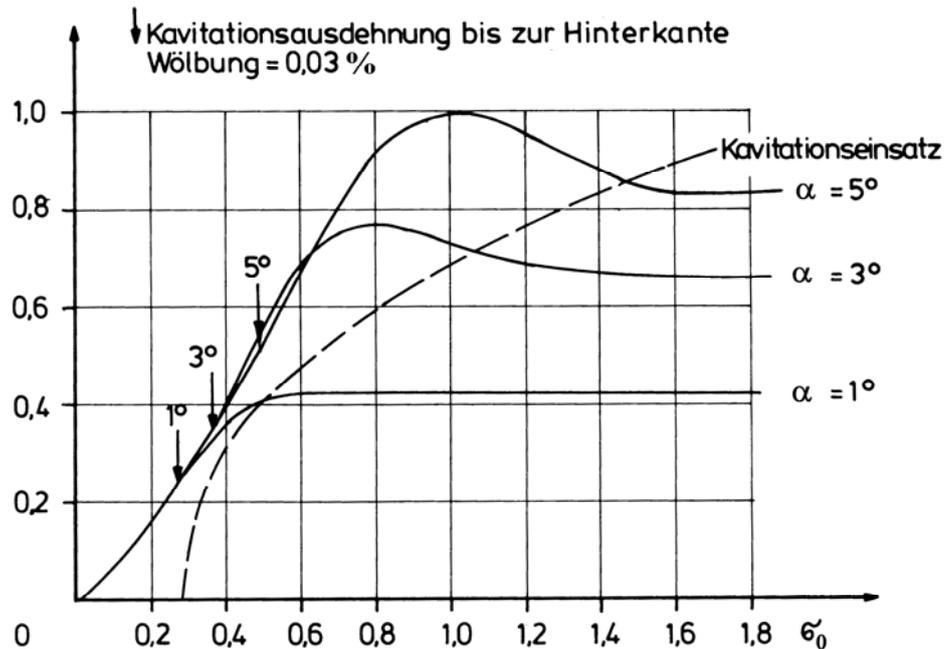
Es wird eine schematische Verteilung des Druckbeiwertes an einem Profil (Abb. 3.9) betrachtet.



**Abbildung 3.9: Schematische Verteilung des Druckbeiwertes an einem Profil mit Kavitation**

Die Verteilung des Druckbeiwertes ohne Kavitation hängt nicht von der Geschwindigkeit des Profils ab. Wird die Geschwindigkeit größer, tritt die Kavitation bei einer Kavitationszahl  $\sigma_2$  auf. Der minimal mögliche Wert des Druckbeiwertes kann den Wert  $\sigma_2$  nicht übersteigen. Die Spitze der Druckverteilung wird abgeschnitten. Innerhalb der Luftblase ist der Druckbeiwert nahezu konstant  $-C_{p\min} = \sigma_2$ . Dabei ist die Länge des Bereiches der konstanten Druckbeiwertsverteilung durch Wechselwirkungen zwischen der Blase und der Strömung etwas größer als die Kavitationsblasenlänge selbst. Mit größer werdender Geschwindigkeit sinkt die Kavitationszahl  $\sigma_3 < \sigma_2$  und die Länge der Blase nimmt zu. Die Länge der konstanten Druckbeiwertsverteilung nimmt auch zu (Abb. 3.9). Bei

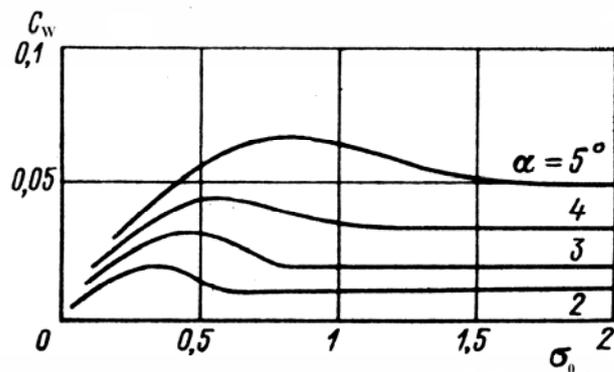
großen Kavitationszahlen bleibt die gesamte Fläche unter der Kurve des Druckbeiwertes auf der Saugseite entweder konstant oder steigt leicht an. Das bedeutet, dass die durch Abschneiden der Druckspitze bedingten Flächenverluste (getönte obere Fläche) durch die zusätzlich entstehenden Flächen (getönte untere Fläche) kompensiert werden. Bei kleineren Kavitationszahlen nimmt die gesamte Fläche ab. Außerdem sinkt der Überdruck an der Druckseite. Dementsprechend ändert sich der Auftriebsbeiwert in Abhängigkeit von der Kavitationszahl (Abb. 3.10).



**Abbildung 3.10: Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes von der Kavitationszahl bei verschiedenen Anstellwinkeln  $\alpha$  [17]**

Die horizontalen Teile der Kurven  $C_A(\alpha)$  entsprechen der kavitationsfreien Profilmströmung. Der linke gemeinsame Teil stellt dabei die voll entwickelte Kavitation dar, wenn die Kavitationsblase die gesamte Profiltiefe umfasst.

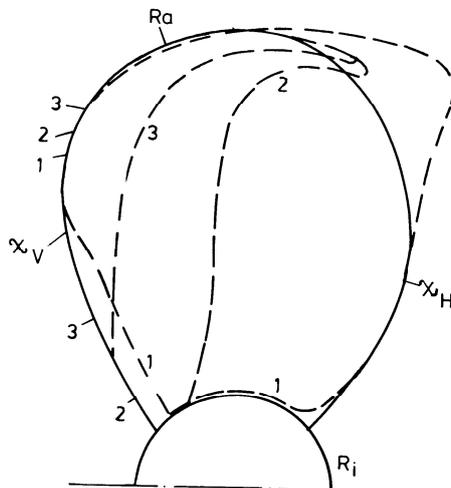
Beim Auftreten der Kavitation nimmt der Widerstandsbeiwert anfangs leicht zu (Abb. 3.11) und im weiteren Verlauf mit kleiner werdender Kavitationszahl wieder ab. Bei allen Kavitationszahlen nimmt die reziproke Gleitzahl  $\varepsilon = C_w / C_A$  im Vergleich zum Fall ohne Kavitation zu.



**Abbildung 3.11: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Kavitationszahl bei verschiedenen Anstellwinkeln  $\alpha$**

### 3.7 Entwicklung der Kavitation am Propellerblatt

Die Messungen zeigen, dass bei einer Erhöhung der Drehzahl zuerst die Kavitation in den Spitzenwirbeln entsteht. Nimmt die Drehzahl zu (die Kavitationszahl wird kleiner) entwickelt sich die Kavitation von der Blattspitze aus in Richtung Nabe (siehe Abb. 3.12). Dabei dehnt sie sich von der Eintrittskante zur Austrittskante aus.



**Abbildung 3.12: Kavitationsausdehnung an Modellpropellern der Wageninger Serie. (1)  $\sigma_0 = 1.25/\pi^2$ , (2)  $\sigma_0 = 2.5/\pi^2$ , (3)  $\sigma_0 = 5.0/\pi^2$ ,  $K_T = 0.15$  [17]**

Für die Propeller mit entlasteten Blattspitzen ist die Entstehung von einer Wirbelkavitation unwahrscheinlich. Im mittleren Teil des Blattes entsteht eine Blaskavitation.

### 3.8 Einfluss der Flächenkavitation auf die Propellercharakteristiken

Man unterscheidet zwei typische Phasen der Kavitation. In der ersten Phase bleiben die hydrodynamischen Charakteristika des Propellers unbeeinflusst. In der Regel hat die Kavitation erst einen Einfluss auf die Propellerhydrodynamik, wenn nahezu die ganze Saugseite des Blattes von der Kavitation bedeckt ist. Diese Phase der Kavitation ist die zweite Phase.

Im Bild 3.13 sind verschiedene Propeller unter Berücksichtigung der Kavitation dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Kavitation zu einer Reduktion des Schubbeiwertes, des Drehmomentsbeiwertes und des Wirkungsgrades führt. Nur in einer kleinen Umgebung der Punkte, bei denen die Kurven der kavitationsfreien Umströmung in die entsprechenden kavitationsbehafteten Kurven abzweigen, kann es zu einer unwesentlichen Erhöhung von  $K_T$ ,  $K_Q$  und des Wirkungsgrades kommen. Der Auftrieb an den Blattprofilen mit unsymmetrischen Profilformen kann bei der Kavitation anfangs anwachsen. Physikalische Ursachen dieses Phänomens wurden bereits in Kapitel 3.6 erläutert.

Um den gleichen Schub bei der Kavitation zu erzeugen, wird die Drehzahl erhöht. Bei einer stark entwickelten Kavitation führt eine Erhöhung der Drehzahl nicht zu einer Schubänderung. Wie in Abb. 3.14 illustriert wird, bleibt die Geschwindigkeit des Schiffes trotz der Drehzahlerhöhung konstant.

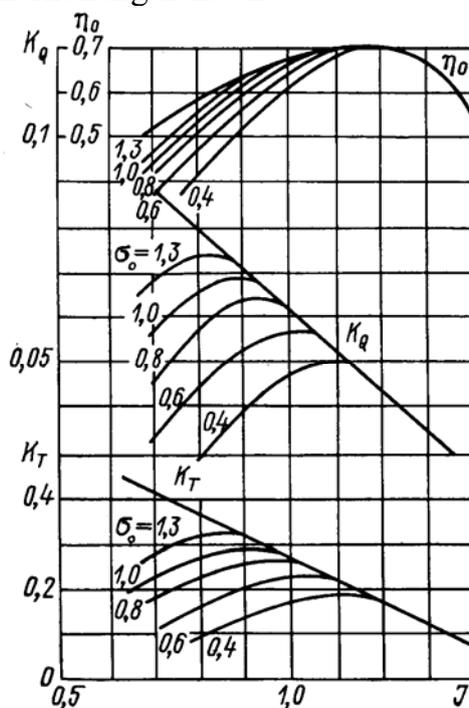


Abbildung 3.13: Propellerkennlinien mit Kavitation

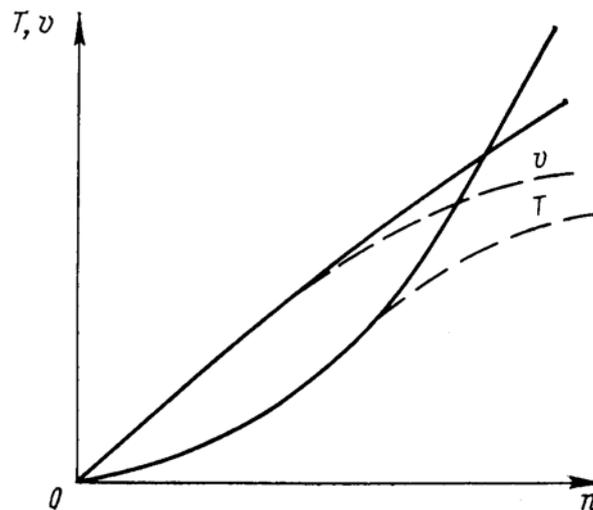


Abbildung 3.14: Abhängigkeit des Schubes und der Schiffsgeschwindigkeit von der Drehzahl [5]

### 3.9 Einfluss der Blaskavitation, Erosion und Kavitationsgeräusche

Die Blaskavitation beeinflusst die Propellerhydrodynamik kaum. Trotzdem ist die Blaskavitation beim Propellerbetrieb unerwünscht, da sie Erosion und Kavitationsgeräusche verursacht. Die Erosion (Abb. 3.15) ist die lokale Zerstörung der Propelleroberfläche, die durch die bei der Implosion der Kavitationsbläschen entstehenden Druckimpulse verursacht wird. Ein möglicher Mechanismus der Materialzerstörung ist die Wirkung der bei der Implosion der Kavitationsbläschen bildenden kumulativen<sup>1</sup> Strahlen (Abb. 3.16).

Die Materialzerstörung findet in zwei Phasen statt [30]:

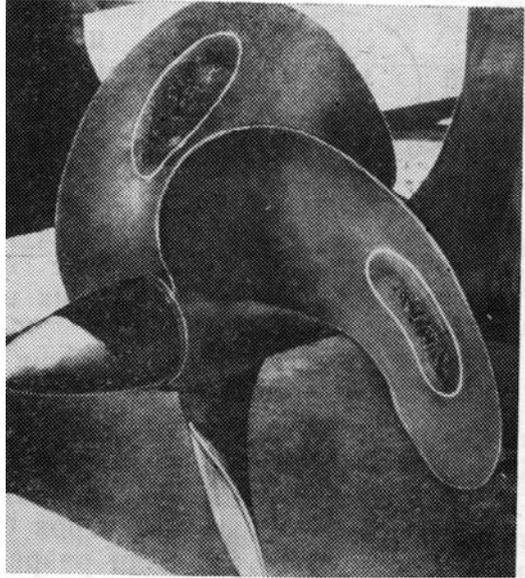
- die Hammerwirkung des Wasserschlages bewirkt zunächst eine Materialverfestigung, schließlich Versprödung,
- Herausbrechen einzelner Partikel-Erosion.

Die Erosion steigt materialabhängig in folgender Reihenfolge:

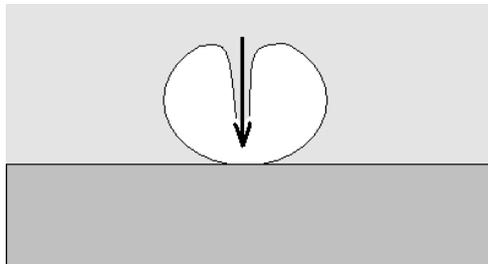
- Aluminium - Bronze
- Sondergussmessing mit Aluminiumzusatz

<sup>1</sup> Der Begriff „kumulativer Strahl“ wird in [de.wikipedia.org/wiki/Hohlladung](http://de.wikipedia.org/wiki/Hohlladung) erklärt.

- Sondergussmessing (Mangan - Bronze)
- Legierter Stahlguss
- Gusseisen



**Abbildung 3.15: Erosion am Propeller [5]**



**Abbildung 3.16: Materialzerstörung durch Bildung kumulativer Strahlen**

Auch bei der Flächenkavitation tritt die Erosion im hochgradig instationären Strömungsbereich, also dem hinteren Teil der Kavitationsblase, auf.

Die Maßnahmen zur Vermeidung der Erosion sind den Maßnahmen gegen die Kavitation (Kapitel 3.10) ähnlich. Wenn die Erosion auf der Druckseite entsteht, wird die Wölbung der Druckseite des Blattprofils vermindert und/oder die Steigung vergrößert. Falls die Erosion auf der Saugseite auftritt, kann die Kavitation durch eine Verbesserung der Blattprofilform oder durch die Erhöhung der Blattanzahl vermindert werden. Im Falle einer Erosion, bei der die Flächenkavitation auf der Saugseite im Schließungsbereich der Kavitationsblase stattfindet, kann man die Erosion durch eine Verlagerung der Kavitationsblase hinter die Hinterkante des Flügels beseitigen. Dafür wird die Propellerblattbreite (Flächenverhältnis) verkleinert. Die Erosionsgefahr kann

auch durch die Anwendung von Materialien mit einer hohen Erosionsbeständigkeit reduziert werden. Die künstliche Luftzufuhr (Propellerblattbelüftung) ist eine weitere Maßnahme zur Reduzierung der Erosion. Die Luft füllt dabei die Kavitationsblasen aus und dämpft ihre Implosion. Diese Maßnahme ist aber mit großer Vorsicht zu verwenden, da eine zu starke Luftzufuhr zu einer Verschlechterung der hydrodynamischen Eigenschaften des Propellers führen kann. Die wirksamste Maßnahme zur Reduzierung der Erosion ist die Homogenisierung des Anströmgeschwindigkeitsfeldes in der Propellerdisk - Fläche.

Eine der wichtigsten (oft dominierende) Komponenten bei der Geräuschbildung durch das Schiff, ist die Kavitation. Wie im Buch von Schneekluth [30] geschrieben wird, hören sich die Kavitationsgeräusche so an, als würde man eine Blechplatte zum Flattern bringen oder als würde man auf eine Blechplatte Kieselsteine schütten. Die Geräusche werden besonders bei Fahrgast-, Forschungs- und Kriegsschiffen als störend empfunden. Kavitationsgeräusche werden durch folgende instationäre Vorgänge der Blasendynamik verursacht:

- Implosion der Blasen,
- Instationäre Schwankungen der Blasen im instationären Druckfeld.

Die Maßnahmen zur Reduzierung des Kavitationsgeräusches sind dabei dieselben, wie die Maßnahmen zur Vermeidung der Kavitation (Kapitel 3.10).

### **3.10 Vermeidung von Kavitationserscheinungen**

Die Kavitation kann durch eine passende Propelleranordnung entweder vermieden oder reduziert werden. Dafür muss man den Propeller möglichst tief tauchen. Das ist durch folgende Maßnahmen zu erreichen:

- Welle tiefer legen
- Propeller in das Gebiet eines Wellenberges legen

Wie schon bei der Beschreibung der Maßnahmen zur Reduzierung der Erosion bemerkt wurde, sollte die Zuströmung zum Propeller möglichst gleichmäßig sein. Dies ist durch folgende konstruktiven Maßnahmen [30] zu verwirklichen:

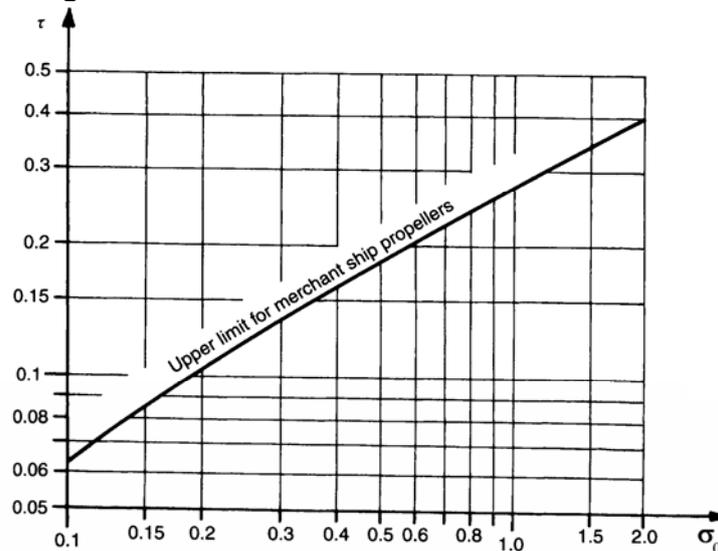
- Hinterschiffsspannten U-förmig bzw. Heckwulst bei Einschraubern
- Zustromdüsen
- Ausbildung der Wellenböcke bei Doppelschraubern

- Vermeidung von Schräganströmung

Es wird großen Wert beim Entwurf des kavitationsfreien Propellers auf die Entwicklung der passenden Profilformen gelegt. Bevorzugt sind die schlanken kavitationsfreien Profile. Eine rechnergestützte Methode zum Entwurf von solchen Profilen wird im Abschnitt 3.12 beschrieben. Die maximale Dicke des Propellerprofils soll ungefähr in der Mitte der Profiltiefe liegen. Zur Reduzierung der Kavitation auf der Druckseite wird die Wölbung der Druckseite vermindert und/oder die Steigung erhöht. Die Spitzenwirbelkavitation kann durch die Entlastung der Blattspitzenprofile vermindert werden.

Falls die Kavitation bei schnellen Schiffen unvermeidlich ist, werden Superkavitationsprofile (Abb. 2.1) verwendet. Dabei wird die Kavitation hinter dem Flügel verlegt, wo keine Materialzerstörung stattfinden kann. Außerdem sind die Kontaktpunkte der Kavitationsblase am Superkavitationsprofil fixiert, was zur Reduzierung der Schwankungen der am Profil entstehenden hydrodynamischen Kräfte führt.

Maßnahmen zur Reduzierung der Kavitation auf der Saugseite und die Propellerblattbelüftung wurden im Abschnitt 3.9 erläutert.



**Abbildung 3.17: Burill Diagramm,  $\tau = \frac{T}{\rho / 2(V_A^2 + V_T^2) A_p}$ ,  $A_p$  ist die**

**Projektionsfläche. Die Umfangsgeschwindigkeit  $V_T$  wird mit dem Radius  $\frac{r}{R} = 0,7$  berechnet**

### 3.11 Vorhersage und Vermeidung von Kavitation in einer früheren Entwurfsphase

In diesem Abschnitt werden einige einfache Formeln und Diagramme vorgestellt, mit deren Hilfe die Kavitation in der früheren Entwurfsphase vorhergesagt werden kann. Genauere rechnergestützte Methoden zur Vorhersage der Kavitation werden in den Kapiteln 6 - 10 vermittelt.

Empirische Abschätzung der Schiffsgeschwindigkeit, bei der die Kavitation auftritt (ab dieser Geschwindigkeit dominiert das Kavitationsgeräusch), lautet

$$V_{SK} = 28 \sqrt{\frac{1+0,1h_0}{1+\pi^2/J}} \quad [5], \text{ wobei } h_0 \text{ die Tiefe der Propellerwelle ist.}$$

Ein empirisch bestimmtes Mindestflächenverhältnis oder das kavitationsfreie Flächenverhältnis, bei der die zweite Phase der Kavitation vermieden wird, kann aus folgender Formel abgeschätzt werden [5]:  $\frac{A_E}{A_o} = \frac{(1,5+0,35Z)T}{(p_{am} + \rho gh_0 - p_d)D^2} + \frac{0,2}{Z_p}$ .

Hier steht  $Z_p$  für die Anzahl der Wellen am Schiff. Es gibt zahlreiche Diagramme zur Prüfung des Auftretens der Kavitation. Ein Beispiel ist das Diagramm von Burill, das sichere Gebiete und Kavitationsgebiete zeigt (Abb. 3.17).

### 3.12 Entwurf der kavitationsfreien Profile

Zum Ende dieses Kapitels wird kurz eine effektive numerische Methode beschrieben, mit der die kavitationsfreien Profile entworfen werden können. Die Methode ist eine Art der Paneelmethode, die die Wirbelschicht benutzt (Abschnitt 2.3).

Die Kavitationszahl  $\sigma$  sei bekannt. Ausgangspunkt ist eine Druckbeiwertsverteilung von einem Prototypprofil. Dieses wird um die Druckverteilung auf der Saugseite so korrigiert, daß  $-C_p \leq \sigma$  ist. Die Druckverteilung soll auf 60 - 80 Prozent der Profiltiefe an der Saugseite etwa konstant sein. Die Druckverteilung auf der Druckseite kann vom Prototyp genommen werden. Sie kann auch so korrigiert werden, dass der gewünschte Auftriebsbeiwert gewährleistet wird. Im Endeffekt entwickelt sich die gewünschte Druckbeiwertsverteilung  $C_p^*$ . Die angestrebte Geschwindigkeitsverteilung  $u$  wird aus der Formel  $C_p^* = 1 - u^2 / V_\infty^2$  (Formel 2.12) berechnet.

Die gesamte Stromfunktion  $\Psi$  entlang der Kontur  $l$  der angelagerten Wirbelschicht und der Parallelanströmung wird durch folgende Formel bestimmt

$$\Psi = V_{\infty}(-x \sin \alpha + y \cos \alpha) + \frac{1}{2\pi} \oint_L u(s) \ln \sqrt{(y(s_0) - y(s))^2 + (x(s_0) - x(s))^2} ds \quad (3.10)$$

Der erste Term berücksichtigt die Parallelanströmung, während der zweite den Beitrag der Wirbelschicht beschreibt. Die Stromfunktion ist entlang der Kontur konstant, d.h.

$$\Psi = \Psi \Big|_{\text{trailing edge}} \quad (3.11)$$

Die Formel für die Konturform  $y(x)$  ergibt sich aus (3.10) und (3.11):

$$y(s_0) = \Psi \Big|_{\text{trailing edge}} + V_{\infty} x \tan \alpha - \frac{1}{2\pi \cos \alpha} \oint_L u(s) \ln \sqrt{(y(s_0) - y(s))^2 + (x(s_0) - x(s))^2} ds \quad (3.12)$$

Die nichtlineare Gleichung (3.12) wird numerisch iterativ folgendermaßen gelöst:

- In der ersten Iteration wird die Funktion  $y^0(x)$  vom Prototyp - Profil genommen.
- Der Wert  $\Psi \Big|_{\text{trailing edge}}$  wird aus (3.10) bestimmt.
- Die neue Profilform  $y^{n+1}(x)$  wird in der Iteration  $n+1$  aus (3.12) berechnet.
- Falls der Unterschied zwischen  $y^n(x)$  und  $y^{n+1}(x)$  groß ist, werden der zweite und der dritte Schritt wieder ausgeführt.

Die numerische Implementierung der Methode wird mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Paneelmethode durchgeführt. Diese Entwurfsmethode wurde im Programm Autowing implementiert und für den Entwurf der kavitationsfreien Profile bei einigen industriellen Einrichtungen eingesetzt.

## Übungen

Das Schiff bewegt sich mit der Geschwindigkeit 18 Knoten. Die Nachstromziffer beträgt 0.2. Der Schiffspropeller hat die folgenden geometrischen Parameter:

- Durchmesser 6 m
- Tiefe der Propellerachse 7 m
- $\varphi = \arctan[ P / ( \pi D ) ] = 21^\circ$
- Drehzahl 1.5 Umdrehungen /Sek

**Aufgabe:** Entwerfen Sie das Profil an dem Flügelschnitt bei  $r/R=0.7$ , das den größten Schub erzeugt und dabei kavitationsfrei umströmt wird! Benutzen Sie das Programm Autowing - Autofoil. Fangen Sie mit dem Profil Section1.arf an. Es soll auch berücksichtigt werden, dass die relative Dicke des Profils aus den Festigkeitsgründen größer als 5 % sein soll. Um eine Strömungsablösung zu vermeiden, sollte die Profilwölbung 4 Prozent nicht übersteigen.



## 4. Experimentelle Untersuchung der Propeller

Trotz beachtlicher Entwicklung der numerischen Methoden in der Schiffshydraulik bleiben die Modellversuche ein Hauptinstrument für die Vorhersage der hydrodynamischen Propellereigenschaften. Man unterscheidet folgende Arten der Modellversuche:

- Freifahrtsversuche und Propulsionsversuche mit einem Propeller hinter dem Schiffsmodell
- Einzel- und Serienversuche
- Versuche in offenen Kanal und im Kavitationskanal

### 4.1 Ähnlichkeitsbedingungen für Freifahrtversuche

Freifahrtversuche werden meist in einem offenen Schleppkanal durchgeführt. Das Prinzip des Propellerfreifahrtversuches wird in Abb. 4.1 dargestellt. Das Freifahrtgerät wird in Abb. 4.2 gezeigt. Die Wellentauchung  $h_w$  und die Wellenlänge  $l_w$  werden aus den Bedingungen  $h_w = 1 \dots 1,5 D_m$  und  $l_w = 2 \dots 2,5 D_m$  ausgewählt, um den Einfluss der Wasseroberfläche und die Wechselwirkungen zwischen Propeller und Gondel auszuschließen. Das Ziel der Versuche ist die Erstellung eines Propellerdiagramms, d.h. die Darstellung der Abhängigkeit zwischen  $K_{Tm}, K_{Qm}$  und  $\eta_m$  vom Fortschrittsgrad  $J$ . In der Regel werden die Propeller bei einer konstanten Drehzahl und einer variablen Geschwindigkeit des Schleppwagens  $V_{Am}$  untersucht. Dabei werden der Schub, das Drehmoment und die Drehzahl gemessen. Die Fortschrittsgeschwindigkeit ist durch die Geschwindigkeit des Schleppwagens vorgegeben. Aus diesen Werten werden der Drehmomentsbeiwert, der Schubbeiwert, der Fortschrittsgrad und der Propellerwirkungsgrad berechnet. Diese werden in der in Abb. 4.3 gezeigten Form aufgetragen.

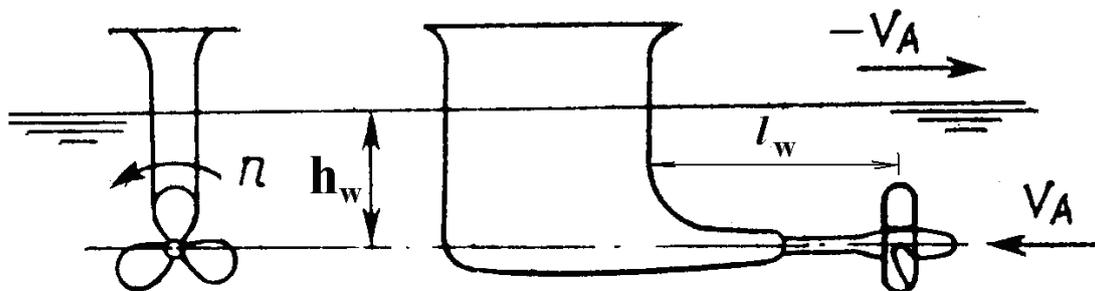


Abbildung 4.1: Freifahrtgerät des Propellerfreifahrtversuches



Abbildung 4.2: Freifahrtgerät des Propellerfreifahrtversuches[22]

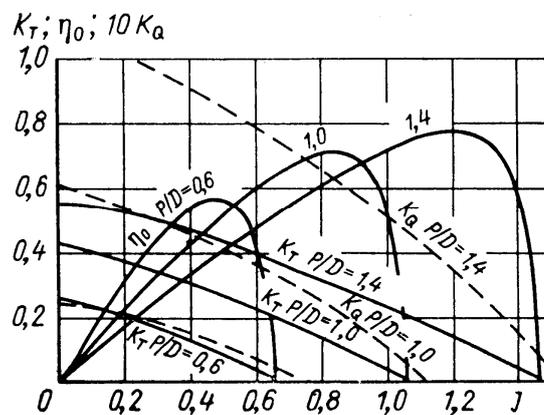


Abbildung 4.3: Beispiel der Propellerfreifahrtkennlinien [5]

Die Ähnlichkeitsbedingungen der Modellversuche beinhalten die folgenden Teilbedingungen:

- geometrische Ähnlichkeitsbedingung
- kinematische Ähnlichkeitsbedingung
- dynamische Ähnlichkeitsbedingung

Die geometrische Ähnlichkeit setzt voraus, dass das Modell dem Originalpropeller geometrisch ähnlich ist. Die Tauchungen der Welle des Modells  $h_{wm}$  und des Originalpropellers  $h_{ws}$  sollen im folgenden Verhältnis stehen:

$$h_{wm} / h_{ws} = D_m / D_s = \lambda, \quad (4.1)$$

wobei  $\lambda = D_m / D_s$  der Maßstab ist. Diese Bedingungen sind leicht zu erfüllen.

Die kinematische Ähnlichkeit wird erfüllt, wenn die Geschwindigkeiten beim Modellversuch  $u_m$  und in der Originalumströmung  $u_s$  in ähnlichen Strömungspunkten die gleiche Richtung haben und wenn sie betragsmäßig im gleichem Verhältnis stehen, d.h.:

$$\frac{\vec{u}_m}{|\vec{u}_m|} = \frac{\vec{u}_s}{|\vec{u}_s|} \quad (4.2)$$

$$\frac{|\vec{u}_m|}{|\vec{u}_s|} = k_v$$

Die kinematische Ähnlichkeit wird erfüllt, wenn der Fortschrittsgrad des Modells und des Originals gleich sind:

$$\frac{V_{Am}}{n_m D_m} = \frac{V_{As}}{n_s D_s}, \text{ oder } J_m = J_s \quad (4.3)$$

Aus (4.3) folgt, dass die Steigungswinkel  $\tan\beta = JR / \pi r$  gleich sind und die ungestörte Anströmgeschwindigkeit  $V_E = \sqrt{V_A^2 + (\pi n D)^2}$  die gleiche Richtung beim Modellversuch sowie im Originalfall hat.

Die dynamische Ähnlichkeit wird erfüllt, wenn die Bedingungen der geometrischen (4.1) und der kinematischen (4.2) Ähnlichkeiten erfüllt und die folgenden Kennzahlen für das Modell und die Großausführung gleich sind

$$Fn_m = Fn_s,$$

$$Re_m = Re_s, \quad (4.4)$$

$$Sh_m = Sh_s.$$

Hier entsprechen die Bezeichnungen  $Fn$ ,  $Re$  und  $Sh$  der Froude'schen, der Reynold'schen und der Strouhal'schen Zahl. Wird die dynamische Ähnlichkeitsbedingung erfüllt, stehen die am Modellpropeller wirkenden Kräfte im folgenden Verhältnis zu den Kräften am Originalpropeller (z.B. für den Schub):

$$T_m / T_s = (D_m / D_s)^3 = \lambda^3 \quad (4.5)$$

Dabei sind die hydrodynamischen Beiwerte  $K_{Tm}$ ,  $K_{Qm}$  und der Wirkungsgrad  $\eta_s$  für das Modell und die Großausführung gleich:

$$K_{Tm} = K_{Ts}, K_{Qm} = K_{Qs}, \eta_m = \eta_s. \quad (4.6)$$

Tritt die Kavitation auf, soll die Gleichheit der Kavitationszahl

$$\sigma_m = \sigma_s \quad (4.7)$$

zusätzlich zu den in Formel (4.4) aufgelisteten Bedingungen eingehalten werden.

Wie man leicht sieht ist die Strouhal-Zahl  $Sh$  und der Fortschrittsgrad  $J$  ein und dieselbe Kennzahl. Die reziproke Drehzahl  $1/n$  ist nach der Einheit und nach dem physikalischen Sinn ein charakteristisches Zeitmaß  $T = 1/n$ . Dann gilt

$$J_m = J_s \Rightarrow \frac{V_{Am}}{n_m D_m} = \frac{V_{AS}}{n_s D_s} \Rightarrow \frac{V_{Am} T_m}{D_m} = \frac{V_{AS} T_s}{D_s}, \quad (4.8)$$

$$Sh_m = Sh_s \Rightarrow \frac{D_m}{V_{Am} T_m} = \frac{D_s}{V_{AS} T_s}. \quad (4.9)$$

Aus (4.8) und (4.9) folgt, dass die Strouhal-Zahl der reziproke Fortschrittsgrad  $Sh = J^{-1}$  ist. Aus der Bedingung  $J_m = J_s$  folgt automatisch  $Sh_m = Sh_s$ . Bei der kavitationsfreien Umströmung sollen dann die Froude'schen  $Fn_m = Fn_s$  und Reynold'schen  $Re_m = Re_s$  Ähnlichkeitsgesetze eingehalten werden.

Die Froude'sche Kennzahl ist für die Kräfte zuständig, die durch Wellenbildung an der freien Wasseroberfläche verursacht werden. Die Erfahrung zeigt, dass die Einhaltung des Froude'schen Ähnlichkeitsgesetzes wichtig ist, wenn die Tauchung der Propellerwelle kleiner als der Propellerdurchmesser ist, d.h.  $h_w < D$ . Die Gleichheit nach der Froude'schen Zahl bedeutet

$$\frac{V_{Am}}{\sqrt{g D_m}} = \frac{V_{AS}}{\sqrt{g D_s}} \Rightarrow V_{Am} = V_{AS} \sqrt{\frac{D_m}{D_s}} = V_{AS} \sqrt{\lambda} \quad (4.10)$$

Aus der Formel (4.10) wird die Schleppgeschwindigkeit des Modells ausgewählt. Da der Maßstab  $\lambda$  viel kleiner als 1 ist, ergibt sich die folgende Abschätzung aus (4.10)

$$\lambda \ll 1 \Rightarrow V_{Am} \ll V_{As} \quad (4.11)$$

Das Froude'sche Ähnlichkeitsgesetz kann eingehalten werden. Wird als charakteristische Geschwindigkeit nicht  $V_{Am}$  sondern die Umfangsgeschwindigkeit der Blattspitze  $\pi n D$  ausgewählt, d.h.

$$Fn = \frac{V}{\sqrt{g D}} = \frac{\pi n D}{\sqrt{g D}} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} n \sqrt{D} \approx n \sqrt{D} \quad (4.12)$$

ergibt sich aus dem Froude'schen Ähnlichkeitsgesetz

$$n_m \sqrt{D_m} = n_s \sqrt{D_s} \Rightarrow n_m = n_s \sqrt{D_s / D_m} = \frac{n_s}{\sqrt{\lambda}} \quad (4.13)$$

Die Bedingung (4.13) wird für die Auswahl der erforderlichen Drehzahl des Modellpropellers genutzt. Da  $\lambda \ll 1 \Rightarrow n_m \gg n_s$  soll sich der Modellpropeller schneller als der Originalpropeller drehen.

Die Durchführbarkeit des Reynold'schen Ähnlichkeitsgesetzes ist problematischer. Als eine charakteristische Geschwindigkeit wird die Umfangsgeschwindigkeit der Blattspitze  $\pi n D$  und als eine charakteristische Länge die mittlere Profiltiefe genommen. Die Profiltiefe wird als Verhältnis der Blattfläche zum Blattradius definiert.

$$\frac{b_{\text{mittlere}}}{D} = \frac{1}{D} \frac{A_E}{z} \frac{2}{D} = \frac{A_E}{A_0} \frac{\pi}{2z} \quad (4.14)$$

- damit ist die Reynoldszahl

$$\text{Re} = \frac{\pi n D^2}{\nu} \frac{b_{\text{mittlere}}}{D} = \frac{\pi n D^2}{\nu} \frac{A_E}{A_0} \frac{\pi}{2Z} \approx 5 \frac{n D^2}{\nu} \frac{A_E}{A_0} \frac{1}{Z} \quad (4.15)$$

- die Einhaltung des Reynold'schen Ähnlichkeitsgesetzes fordert

$$\text{Re}_m = \text{Re}_n \Rightarrow n_m = n_s (D_s / D_m)^2 V_m / V_s \quad (4.16)$$

- falls der Modellversuch im Wasser durchgeführt wird:

$$n_m = n_s / \lambda^2 \Rightarrow n_m \gg n_s \quad (4.17)$$

Die Bedingung (4.17) ist praktisch nicht zu erfüllen. Tatsächlich, wäre die Bedingung (4.17) gültig, entspräche der Schub am Modell dem Schub der Großausführung:

$$T_m = K_T \rho n_m^2 D_m^4 = K_T \rho (n_s^2 \lambda^{-4}) (D_s \lambda)^4 = K_T \rho n_s^2 D_s^4 = T_s$$

Die Unmöglichkeit der Erfüllung der Gleichheit der Reynoldszahl resultiert im sogenannten Maßstabeffekt. Die Kraftbeiwerte des Modellpropellers und des Originalpropellers unterscheiden sich voneinander. Beim Modellversuch ist die wichtigste physikalische Ursache des Maßstabeffektes die durch relativ kleine Reynoldszahlen verursachte Entstehung der laminaren Zonen an den Propellerblättern, während die Strömung an der Großausführung überwiegend turbulent ist. Der Maßstabeffekt beeinflusst hauptsächlich das Moment und minimal den Schub.

Die Erfahrung zeigt, dass der Maßstabeffekt wenig ausgeprägt ist, wenn die Reynoldszahl größer als eine kritische Reynoldszahl

$$\text{Re}_{kritisch} = 5 \frac{nD^2}{\nu} \frac{A_E}{A_0} \frac{1}{z} = (3 \div 5) \cdot 10^5 \quad (4.18)$$

ist.

Das heißt, wenn für zwei geometrisch ähnliche Propeller der Fortschrittsgrad gleich ist  $J_m = J_s$  und die Bedingungen  $h_w > D$  und  $\text{Re}_m > \text{Re}_{krit}$  eingehalten werden, sind der Schubbeiwert, der Drehmomentsbeiwert und der Wirkungsgrad beim Modell und beim Original gleich:  $K_{Tm} = K_{Ts}$ ,  $K_{Qm} = K_{Qs}$ ,  $\eta_m = \eta_s$ .

Für  $\text{Re}_m < \text{Re}_{krit}$  kann man folgende Korrekturen des Maßstabeffektes (Empfehlungen von ITTC 1978) benutzen:

$$\begin{aligned} K_{Ts} &= K_{Tm} - 0.3Z \left( \frac{b}{D} \right)_{r=0.7} \frac{P}{D} \Delta C_D, \\ K_{Qs} &= K_{Qm} + 0.25Z \left( \frac{b}{D} \right)_{r=0.7} \Delta C_D. \end{aligned} \quad (4.19)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta C_D &= C_{Dm} - C_{Ds} \\ C_{Dm} &= 2(1 + 2\bar{t}) \left( \frac{0.044}{\text{Re}^{1/6}} - \frac{5}{\text{Re}^{2/3}} \right), \\ C_{Ds} &= 2(1 + 2\bar{t}) \left( 1.89 + 1.62 \log \left( \frac{b}{k_p} \right) \right)^{-2.5}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Die folgenden Bezeichnungen werden in den Formeln (4.19) - (4.20) benutzt:

- $b$  ist die Profiltiefe
- $R$  Propellerradius
- $\Delta C_D = C_{Dm} - C_{Ds}$  ist die Korrektur für den Propellerwiderstandsbeiwert
- $k_p$  ist die Propellerrauhigkeit. (Wenn keine Angaben bzgl.  $k_p$  vorhanden sind, kann man den Wert  $k_p = 3 \cdot 10^{-5}$  m benutzen)
- $\bar{t}$  ist die maximale dimensionslose Profildicke.

## 4.2 Serienversuche. Propellerdiagramme

Systematische Serienversuche werden mit dem Ziel durchgeführt, die Abhängigkeit der hydrodynamischen Propellereigenschaften von verschiedenen geometrischen Parametern festzustellen. Als Ergebnis ergeben sich Propellerdiagramme, die dem Propellerentwurf dienen. Bei diesen Versuchen ändern sich die geometrischen Parameter nach einer bestimmten Regel. Die bekanntesten Versuchsserien stammen von Schaffran, Taylor, Gawn und von der Versuchsanstalt Wageningen.

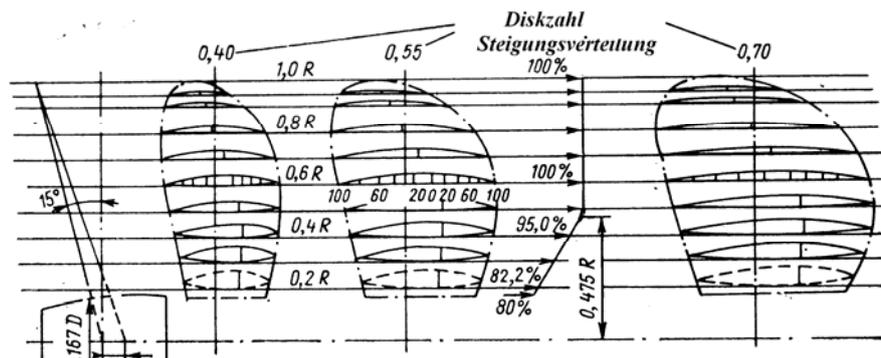


Abbildung 4.4: Propellerzeichnung der Wageningen Serie

Die Wageningen - Serienversuchsreihe B wurde für 120 Modelle (Abb. 4.4) mit dem Durchmesser  $D = 240 \text{ mm}$  durchgeführt. Die Blattanzahl wurde von 2 bis 7, die Steigung  $P/D$  von 0,5 bis 1,4 und das Flächenverhältnis von 0,3 bis 1,05 variiert. Die Ergebnisse wurden für eine Reynoldszahl  $Re = 2 \cdot 10^6$  umgerechnet und in der Form der folgenden Polynome dargestellt:

$$K_T = \sum_{i=1}^{39} C_{Ti} (J)^s \left( \frac{P}{D} \right)^t \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^u z^v$$

$$K_Q = \sum_{i=1}^{39} C_{Qi} (J)^s \left( \frac{P}{D} \right)^t \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^u z^v \quad (4.21)$$

Sind  $z, J, \frac{P}{D}$  und  $A_E / A_0$  bekannt, können die hydrodynamischen Beiwerte des Propellers aus (4.21) berechnet werden. Ein Beispiel für  $A_E / A_0 = 0.55$  und  $z = 4$  wird in Abb.4.3 gezeigt.

## 4.3 Benutzung der Propellerdiagramme für den Propellerentwurf

Wir beschreiben hier zwei Methoden zum Propellerentwurf, die auf Serienversuchen basieren. Die erste Methode ist sehr anschaulich und für Berechnungen auf dem PC sehr gut geeignet. Die zweite Methode, die aus dem Buch [5] entnommen wurde, ist

eine Methode der graphischen Art, in der die Lösung graphisch durch Umgestaltungen des Propellerfreifahrtkennliniendiagramms ermittelt wird. Allerdings sind die Ergebnisse von beiden Methoden gleich.

### 4.3.1 Methode 1

Man geht zuerst davon aus, dass der Schub  $T$ , die Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und der Durchmesser  $D$  bekannt sind. Die Aufgabe ist die optimale Drehzahl  $n_{opt}$  zu finden. Die Blattanzahl  $z$  und das Flächenverhältnis  $A_E / A_0$  werden aus den Bedingungen der Senkung der Kavitationsbelastung, der Schwingungssicherheitsgründen und der Propellereffizienz ausgewählt (siehe Kapitel 13.2.2, 13.2.3). Für die Lösung des Problems stehen die Abhängigkeit des Schleppwiderstandsbeiwertes von der Froudeschen und Reynoldschen Zahlen  $C_w$  ( $Fn, Re$ ) und die Sogziffer zur Verfügung.

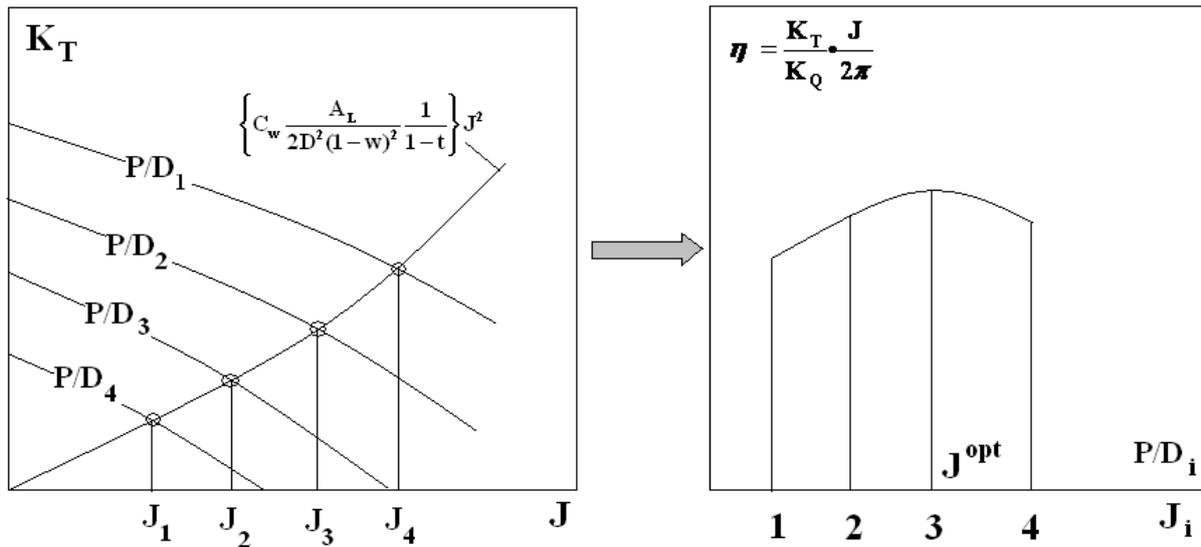
Aus den Formeln (4.21) werden die Kennlinien des Propellers bei verschiedenen Steigungen  $P/D$  in Abhängigkeit vom Fortschrittsgrad berechnet. Da der Schiffswiderstand des Systems „Schiff-Propeller“ infolge des Sogeffekts (siehe Kapitel 11.3 oder [7]) größer als der Schleppwiderstand  $R_T$  ist, muss der Propeller mehr Schub  $T$  erzeugen als zur Überwindung des Schiffswiderstandes ohne Schraube notwendig ist:

$$T = \frac{R_T}{1-t} = c_w \frac{\rho V_S^2}{2} A_L \frac{1}{1-t} \quad \text{oder} \quad K_T \rho n^2 D^4 = C_w \frac{\rho V_S^2}{2} A_L \frac{1}{1-t} \Rightarrow K_T = C_w \frac{V_S^2}{2n^2 D^4} A_L \frac{1}{1-t}$$

Hier ist  $A_L$  die Lateralfläche des Schiffes. Die mittlere Propelleranströmgeschwindigkeit  $V_A$  lässt sich durch die Mitstromziffer und die Schiffsgeschwindigkeit ausdrücken  $V_A = V_S(1-w)$  (siehe Kapitel 11.2 oder [7]). Setzt man den Fortschrittsgrad  $J$  in die letzte Formel ein, ergibt sich die Gleichung

$$K_T = \sum_{i=1}^{39} C_{Ti}(J)^s \left(\frac{P}{D}\right)^t \left(\frac{A_E}{A_0}\right)^u z^v = C_w \frac{V_S^2}{2n^2 D^4} A_L \frac{1}{1-t} = \left\{ C_w \frac{A_L}{2D^2(1-w)^2} \frac{1}{1-t} \right\} J^2 \quad (4.22)$$

Für eine Reihe von Steigungen  $P/D_i$  werden entsprechende Fortschrittsgrade  $J_i(P/D_i)$  aus der Gleichung (4.22) berechnet. Unter  $J_i(P/D_i)$  wird ein Fortschrittsgrad  $J^{opt}$  und die Steigung  $P/D$  ausgewählt, bei denen der Wirkungsgrad  $\eta_0 = \frac{K_T \cdot J}{K_Q \cdot 2\pi}$  am größten ist. Die gesuchte Drehzahl ist dann gleich  $n_{opt} = V_A / (DJ^{opt})$ . Diese Prozedur wird in Abb. 4.5 schematisch illustriert.



**Abbildung 4.5: Schematische Illustration der Ermittlung der optimalen Drehzahl mit der Methode 1**

Diese Methode lässt sich auch für das Entwurfsproblem verwenden, falls der Schub  $T$ , die Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und die Drehzahl  $n$  bekannt sind und die Aufgabe in der Suche nach dem optimalen Durchmesser  $D$  besteht. Man benutzt (4.22) in der folgenden Form:

$$K_T = \left\{ C_w \frac{A_L}{2D^2(1-w)^2} \frac{1}{1-t} \right\} J^2 = \left\{ C_w \frac{A_L n^2}{2V_A^2(1-w)^2} \frac{1}{1-t} \right\} J^4 \quad (4.23)$$

Die Lösungsprozedur wird ähnlich wie im Fall des vorgegebenen Durchmessers durchgeführt. Statt der Parabel der zweiten Ordnung  $\left\{ C_w \frac{A_L}{2D^2(1-w)^2} \frac{1}{1-t} \right\} J^2$  hat man nun die Parabel der vierten Ordnung  $\left\{ C_w \frac{A_L n^2}{2V_A^2(1-w)^2} \frac{1}{1-t} \right\} J^4$ . Es werden Kreuzpunkte zwischen der Parabel und den Kurven  $K_T(J, P/D)$  gefunden. Unter den Kreuzpunkten soll der Punkt gefunden werden, in dem der Wirkungsgrad am größten ist. Die Steigung  $P/D$ , der Durchmesser  $D$  und der Fortschrittsgrad  $J$ , die diesem Punkt entsprechen, sind die Lösungen des Entwurfsproblems.

### 4.3.2 Methode 2

Für Entwurfszwecke wird das Diagramm (Abb. 4.3) so umgestaltet, dass die Linie des konstanten Wirkungsgrades durch Punkte, die einen bestimmten Wert des Wirkungsgrades entsprechen, auf die Kurven  $K_T(J)$ , die einer konstanten  $P/D$

entsprechen, projiziert wird. Im Bild 4.6 wird diese Prozedur für die Werte  $\eta = 0.1$  und  $\eta = 0.5$  demonstriert.

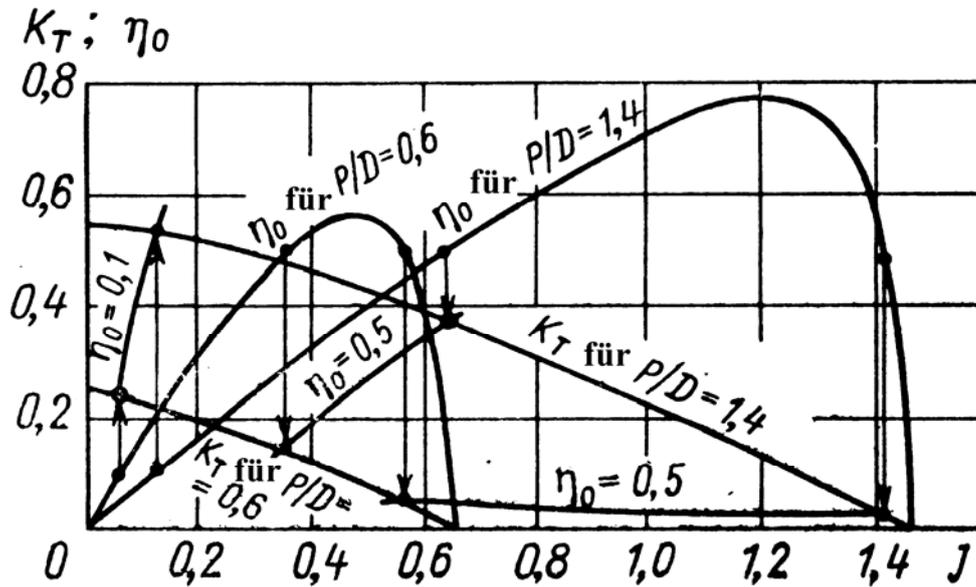


Abbildung 4.6: Umgestaltung des Propellerdiagramms[5]

Als Ergebnis dieser Umgestaltung ergibt sich das in Abb. 4.6 dargestellte Diagramm. Mit Hilfe dieses Diagramms kann man die folgenden zwei Entwurfsprobleme lösen.

#### 4.3.2.1 Entwurfsproblem 1: $T$ , $V_A$ und $n$ sind bekannt, suchen den optimalen Durchmesser $D_{opt}$

Für diese Zwecke wird der Schubbeiwert in die folgende Form umgeschrieben:

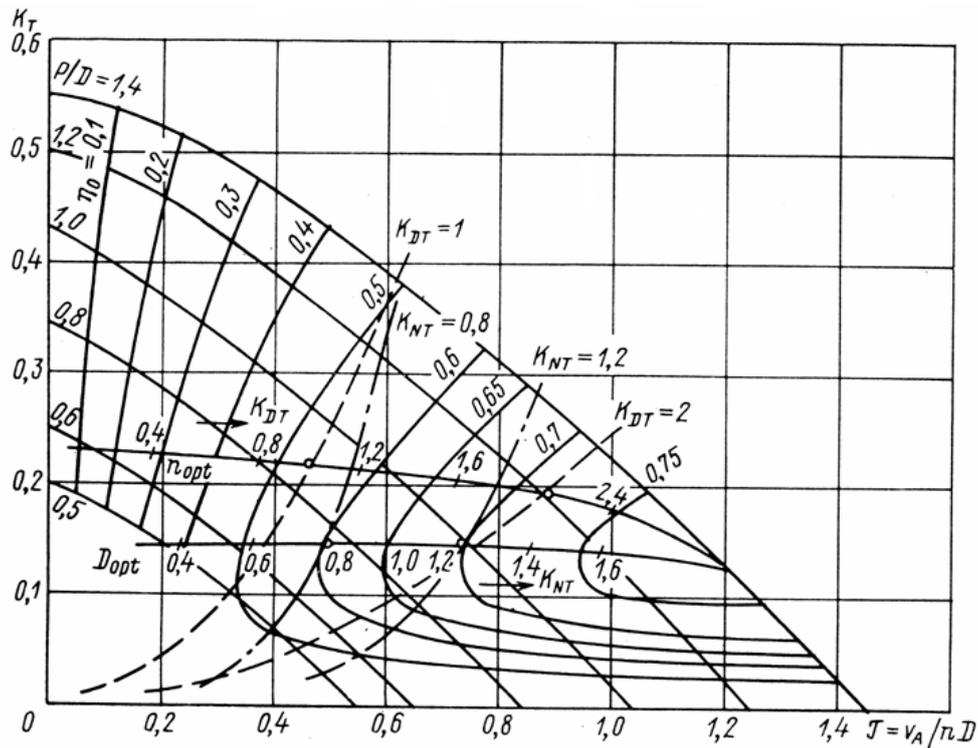


Abbildung 4.7: Diagramm zum Propellerentwurf[5]

$$K_T = \frac{T}{\rho V_A} n^2 J^4 = \frac{J^4}{K_{NT}^4} \quad (4.24)$$

wobei  $K_{NT} = \frac{V_A}{\sqrt{n}} \left( \frac{\rho}{T} \right)^{1/4}$  ist. Falls  $T$ ,  $V_A$  und  $n$  bekannt sind, kann  $K_{NT}$  berechnet werden. Die Parabel der vierten Ordnung  $K_T = K_T(J^4)$  wird in das Diagramm 4.7 eingetragen. Sie entspricht einer Reihe von verschiedenen Propellern, die die vorgegebenen Werte für  $T$ ,  $V_A$  und  $n$  haben. Es gibt eine bestimmte Kurve  $\eta(J)$ , die diese Parabel nur in einem einzigen Schnittpunkt ( $J = J_{opt}$ ,  $\eta = \eta_{opt}$ ) berührt. Dieser Punkt entspricht dem höchsten Wirkungsgrad, der der vorgegebenen Kombination  $T$ ,  $V_A$  und  $n$  entspricht. Ist  $J_{opt}$  bekannt, findet man  $P/D$  und

$$\begin{aligned} D_{opt} &= \frac{V_A}{n J_{opt}} \\ P_D &= \frac{T \cdot V_A}{\eta_{opt}} \end{aligned} \quad (4.25)$$

### 4.3.2.2 Entwurfsproblem 2: $T$ , $V_A$ und $D$ sind bekannt, suchen die optimale Drehzahl $n_{opt}$

Für diese Zwecke soll der Schubbeiwert in der folgenden Form geschrieben werden:

$$K_T = \frac{T}{\rho V_A^2 D^2} = \frac{J^2}{K_{DT}^2} \quad (4.26)$$

wobei  $K_{DT} = V_A D \left( \frac{\rho}{T} \right)^{1/2}$  ist. Wenn  $T$ ,  $V_A$  und  $D$  bekannt sind, lässt sich  $K_{DT}$  berechnen. Die Parabel der zweiten Ordnung  $K_T = K_T(J^2)$  wird in das Diagramm 4.7 eingetragen. Die Parabel  $K_T = K_T(J^2)$  entspricht einer Reihe von verschiedenen Propellern, die die vorgegebene Werte für  $T$ ,  $V_A$  und  $D$  haben. Es gibt eine bestimmte Kurve  $\eta(J)$ , die diese Parabel nur in einem einzigen Schnittpunkt ( $J = J_{opt}$ ,  $\eta = \eta_{opt}$ ) berührt. Dieser Punkt entspricht dem höchsten Wirkungsgrad, der der vorgegebenen Kombination  $T$ ,  $V_A$  und  $D$  entspricht. Ist  $J_{opt}$  bekannt, findet man  $P/D$  und

$$\begin{aligned} n_{opt} &= \frac{V_A}{D J_{opt}} \\ P_D &= \frac{T \cdot V_A}{\eta_{opt}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Wenn  $Q$ ,  $V_A$ ,  $D$  oder  $Q$ ,  $V_A$ ,  $n$  bekannt und  $n_{opt}$  oder  $D_{opt}$  zu finden sind, werden ähnliche Diagramme wie 4.6 aber im Feld  $K_Q - J$  benutzt.

Andere Beispiele der Anwendung der Propeller – Freifahrt - Diagramme zum Propellerentwurf findet man in [10] und [30].

## 4.4 Propulsionsversuche

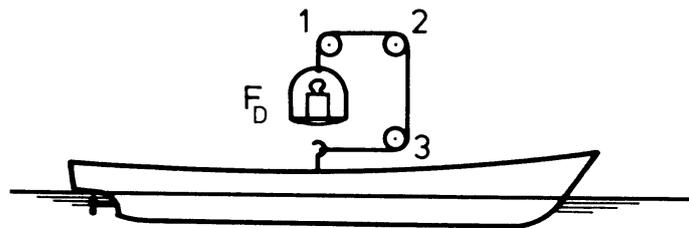
Der wichtigste Faktor, der bei einem Freifahrtversuch nicht berücksichtigt wird, ist der Einfluss des Nachstromes. Um diesen Einfluss zu ermitteln, werden Propulsionsversuche (Schiffsmodelle mit Propellern) durchgeführt. Bei Propulsionsversuchen muss die Froude'sche Ähnlichkeit gewahrt bleiben. Insbesondere sind Schiffsgeschwindigkeit, Propellerdrehzahl und Widerstand auf die

Froude'sche Ähnlichkeit auszurichten. Die Modellierung nach der Reynold'schen Ähnlichkeit ist unmöglich, wodurch die zwei folgenden Probleme entstehen:

- Problem 1: Der Reibungswiderstandsbeiwert des Modells verglichen mit der Großausführung ist zu groß.
- Problem 2: Die Anströmgeschwindigkeit des Propulsors ist zu niedrig, da die auf die Schiffslänge bezogene Grenzschicht des Modells dicker als die ähnliche Grenzschicht der Großausführung ist.

Es wird angenommen, dass das zweite Problem im Vergleich zum Ersten nicht kritisch zu bewerten ist. Einerseits sollte die Anströmgeschwindigkeit beim Modellversuch aufgrund der relativ dicken Grenzschicht niedriger als bei der Großausführung sein. Andererseits ist die Anströmgeschwindigkeit beim Modell im Vergleich mit dem Original größer, da die Rauigkeit des Modells deutlich geringer als bei der Großausführung ist. Eine niedrige Rauigkeit des Modells führt zur künstlichen Zunahme der Anströmgeschwindigkeit des Propulsors. Es wird angenommen, dass diese beiden Effekte sich kompensieren.

Damit es zu keiner Verfälschung der Messergebnisse kommt, verursacht durch das erste Problem, entlastet man das Modell. Hierzu gibt es zwei Methoden: die kontinentale und die englische. Nach der sogenannten kontinentalen Methode wird der Reibungsabzug über ein Gewicht aufgebracht (Abb.4.8), das über Umlenkrollen durch einen Seilzug am Modell befestigt ist, so dass eine konstante Zugkraft aufgebracht wird.



**Abbildung 4.8: Berücksichtigung des Reibungsabzuges beim Propulsionsversuch**

Die Entlastung des Modells wird folgendermaßen berechnet. Der Widerstandsbeiwert des Modells  $C_m$  setzt sich aus dem Reibungswiderstandsbeiwert  $C_F$  und dem Restwiderstandsbeiwert  $C_R$  zusammen:

$$C_m = C_{Fm} + C_{Rm} \quad (4.28)$$

Der Widerstandsbeiwert der Großausführung beträgt

$$C_s = C_{Fs} + C_{Rm} + C_a \quad (4.29)$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass im Fall  $Fn_s = Fn_m$  die Restwiderstandsbeiwerte für das Modell und für die Großausführung gleich sind.  $C_a$  ist ein Korrelationszuschlag,

$$C_a = \left(105 \left(\frac{k_s}{L_b}\right)^{1/3} - 0.064\right) \cdot 10^{-3},$$

wobei  $k_s$  die Rauigkeit und  $L_b$  die benetzte Länge der

Großausführung ist. Die erforderliche Zugkraft wird aus der folgenden Formel berechnet:

$$F_D = (C_m - C_s) \frac{\rho V_m^2}{2} S_m = (C_{Fm} - C_{Fs} - C_a) \frac{\rho V_m^2}{2} S_m \quad (4.30)$$

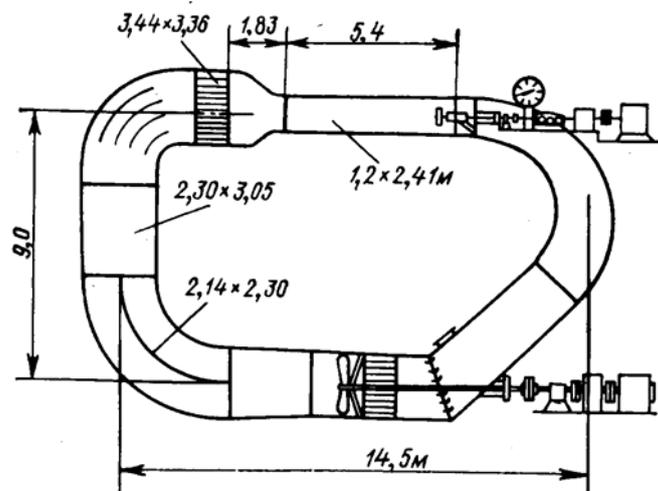
Bei Propulsionsversuchen werden der Schub, das Drehmoment und die Drehzahl gemessen. Die Maßstabeffekte werden meist durch eine Drehzahlkorrektur für die Großausführung ausgeglichen. Die Drehzahl wird für die Großausführung 1-2% höher ausfallen als es der Umrechnung nach dem Froude'schen Ähnlichkeitsgesetz entspricht. Für die Drehzahlkorrektur von Modellversuchen in tiefem Wasser kann die folgende Gleichung angewandt werden [30]:

$$n_s = n_m (1.1923\lambda^{-1/2} - 0.1923\lambda^{0.58}) \quad (4.31)$$

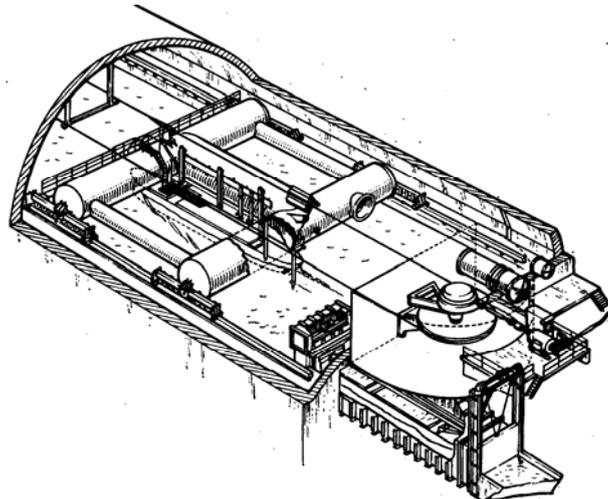
## 4.5 Experimentelle Methoden der Untersuchung der Kavitation an Propellern

Kavitationserscheinungen an Propellern werden entweder im Kavitationstank (Abb. 4.9) oder in der Kavitationsschlepprinne, einem Vakuumtank (Abb. 4.10) durchgeführt. In der größten Kavitationsschlepprinne der Welt, im niederländischen Wageningen, wird das Modell in dem Vakuumtank genauso geschleppt, wie in einer konventionellen Schlepprinne. In der Schlepprinne der TU Berlin wird das ruhende Modell mit einer Strömung umströmt, die in einem geschlossenen Umlauftank zirkuliert.

Im Vergleich zum Kavitationstank wird in der Schlepprinne die Umströmung des ganzen Schiffsmodells mit Propellern unter Berücksichtigung des Einflusses der Wasseroberfläche modelliert. Die Wechselwirkungen zwischen Rumpf und Propeller werden natürlich berücksichtigt, während im Kavitationstank ein speziell vorgeschaltetes Gitter zur Erzeugung der passenden Zuströmung verwendet werden muss. Im Kavitationstank ist die Ungleichförmigkeit der Anströmrichtung schwierig nachzubilden. Zu den Nachteilen der Kavitationsschlepprinne gehören die hohen Investitionskosten und die kurze Dauer einer Messung, die durch die begrenzte Länge der Rinne bedingt ist.



*Abbildung 4.9: Kavitationstank (Hamburg, 1943)  
(Bild entnommen aus [11])*



*Abbildung 4.10: Kavitationsschlepprinne (Bild entnommen aus [11])  
(Holland, Wageningen, 1971) L=240 m, B=18 m, H=8 m, V=4 m/s*

Die Ähnlichkeitsbedingungen, die beim Kavitationstest verwendet werden, beinhalten die folgenden Bedingungen für Modell und Original:

- Gleichheit der Kavitationszahl  $\sigma_m = \sigma_s$ ,
- Gleichheit der Reynoldszahl
- Gleichheit der Froude'schen Zahl
- Gleichheit des Fortschrittsgrades

Die Untersuchungen werden entweder bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit (Fortschritts­geschwindigkeit des Propellers)  $V_A$  und variabler Drehzahl  $n$ , oder bei konstanter Drehzahl  $n$  und variabler Strömungsgeschwindigkeit  $V_A$  durchgeführt. Im ersten Fall wird die Kavitationszahl in der Form (3.8) und im zweiten Fall in der Form (3.9) benutzt. Die Gleichheit der Kavitationszahl wird durch Einstellung der Geschwindigkeit  $V_A$ , der Drehzahl  $n$  oder des Druckes  $p_0$  gewährleistet. Der statische Druck  $p_0$ , der viel kleiner als der atmosphärische Druck ist, wird in den Schlepp­rinnen durch ein Vakuum im Tank eingestellt. In den Kavitationstanks wird eine Säule vor der Messstrecke eingebaut, in der ein Vakuum erzeugt wird.

In der Regel ist die zweite Ähnlichkeitsbedingung nicht erfüllbar. Als Folge dessen tritt ein Maßstabeffekt auf.

In Kavitationsanlagen werden vor allem der Schub und das Drehmoment gemessen. In den letzten Jahren wurden Messungen des Geschwindigkeitsfeldes mit modernen laserdiagnostischen Methoden wie LDA und PIV durchgeführt. Die Kavitation wird visuell diagnostiziert.

## Übungen

1. Es wird ein Freifahrtversuch durchgeführt. Berechnen Sie die erforderliche Drehzahl des Propellermodells für die folgenden Bedingungen:

$$D_{\text{mod}} / D_{\text{schiff}} = 1/4,$$

$$n_{\text{schiff}} = 600 \text{ Umdrehungen / Min},$$

$$V_{\text{schiff}} = 10 \text{ m/sec}, V_{\text{mod}} = 5 \text{ m/sec}.$$

2. Es wird ein Propulsionsversuch mit dem Propeller hinter dem Schiffsmodell durchgeführt. Die Parameter des Schiffes werden in der Tabelle aufgelistet. Der Maßstab beträgt 1/16. Die Wassertemperatur beträgt 10 Grad sowohl für das Model als auch für die Großausführung.

1	Geschwindigkeit V	32 Knoten (16 m/sec)
2	Drehzahl des Propellers n	600 Umdrehungen /Min
3	Tauchung der Propellerwelle h <sub>w</sub>	5 m

Es sind die folgenden Verhältnisse zu finden:

$$V_{\text{mod}} / V_{\text{schiff}} = \text{????};$$

$$n_{\text{mod}} = \text{???}, n \text{ -die Drehzahl,}$$

$$R_{w,\text{mod}} / R_{w,\text{schiff}}, R_w \text{ -der Wellenwiderstand}$$

$$Re_{\text{mod}} / Re_{\text{schiff}} = \text{????}$$

$$\sigma_{\text{mod}} / \sigma_{\text{schiff}} = \text{????}, \sigma \text{ -die Kavitationszahl}$$

$$Q_{\text{mod}} \omega_{\text{mod}} / Q_{\text{schiff}} \omega_{\text{schiff}} = \text{????}, Q\omega \text{ -Leistung an der Welle.}$$



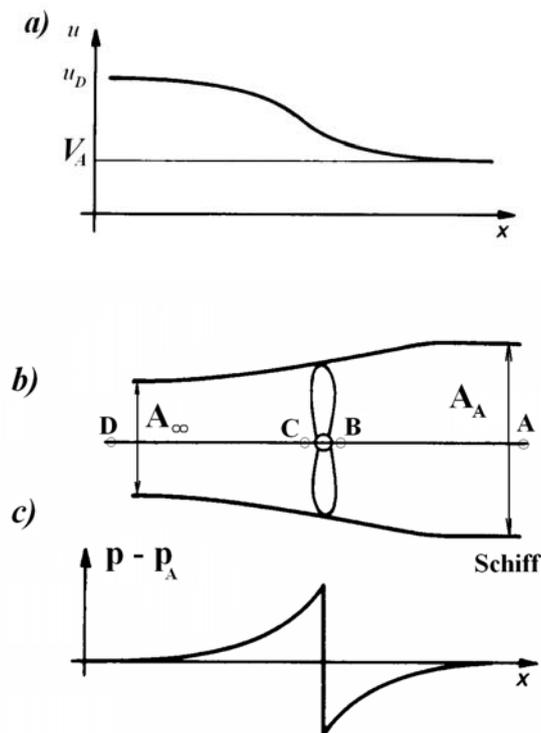
## 5. Strahltheorie des Propellers

### 5.1 Annahmen der Strahltheorie

Die klassische Strahltheorie basiert auf folgenden Annahmen:

- Der Propeller wird durch eine Wirkscheibe mit einer unendlichen Anzahl von Blättern, d.h.  $A_E / A_0 = 1$ , die einen Schub erzeugen, modelliert.
- rotationssymmetrische Strömung
- reibungsfreie Strömung
- die Strömung ist außerhalb des Propellerstrahls potential
- die vom Propeller induzierten Geschwindigkeiten sind kleiner gegenüber  $V_A$ .

Abbildung 5.1 zeigt ein idealisiertes Bild, in dem der Propeller als eine infinitesimal dünne Wirkscheibe betrachtet wird. Die Propellerstrahltheorie liegt diesem Propellermodell zu Grunde.



**Abbildung 5.1:** Schematische Verteilungen der axialen Geschwindigkeit (a) und des Druckes (c) im Strahl (b) entlang der Propellerachse

Die Strahltheorie erleichtert das Verständnis der Wirkungsweise des Propulsionsorganes. Sie ermöglicht es einen idealen Wirkungsgrad abzuschätzen.

## 5.2 Kinematische Wirkung der Propellerwirkfläche auf die Strömung

Der Propeller induziert axiale, radiale und Umfangsgeschwindigkeiten. Die Strömung wird in axialer Richtung beschleunigt (Abb. 5.1a). Die axiale Geschwindigkeit erhöht sich und ist hinter dem Propeller deutlich größer als die Anströmgeschwindigkeit  $V_A$ , d.h.  $u_D = V_A + w_{x\infty} > V_A$ , wobei  $w_{x\infty}$  die vom Propeller induzierte zusätzliche axiale Geschwindigkeit ist. Die axiale Geschwindigkeit ist an der Wirkscheibe stetig:  $u_B = u_C \Rightarrow V_A + w_{xB} = V_A + w_{xC} \Rightarrow w_{xB} = w_{xC} = w_{x0}$ . Der Propeller erzeugt einen Strahl in axialer Richtung (Abb. 5.1b). Abbildung 5.1b zeigt den Längsquerschnitt einer Stromfläche<sup>2</sup>, die durch eine angedachte Propellerstrahlgrenze eingeschlossen wird. Durch die Beschleunigung der Strömung sinkt der Druck entlang der Propellerachse vor der Propellerwirkscheibe. Der Druckunterschied  $p - p_A$ , wobei  $p_A$  ein Referenzdruck weit vor dem Propeller ist, wird negativ. Der Propeller führt der Strömung eine Energie zu. Damit ist er eine Energiequelle. Das Resultat in der Theorie ist ein Drucksprung an der Propellerwirkscheibe (Abb. 5.1c):  $p_B \neq p_C \Rightarrow \Delta p = p_C - p_B > 0$ . Tatsächlich wird dieser Drucksprung beim Durchgang der Stromlinien durch den Propeller geglättet.

Es wird dabei darauf hingewiesen, dass eine formale Anwendung der Bernoulli'schen Gleichung für zwei Punkte, vor und hinter dem Propeller, im Rahmen dieses Propellermodells zu falschen Ergebnissen führt. Tatsächlich muss nach der Bernoulli'schen Gleichung  $p_{\text{nach Prop}} < p_{\text{vor Prop}} \Rightarrow \Delta p < 0$  sein, da  $u_{\text{hinter Prop}} > u_{\text{vor Prop}}$  gilt. Diese Betrachtungsweise ist falsch, da die Bernoulli'sche Gleichung,  $p + \frac{\rho u^2}{2} + \rho g z = \text{const}$ , nur dann für zwei Punkte entlang einer Stromlinie anwendbar ist, wenn zwischen diesen zwei Punkten keine Energiequellen oder -senken vorhanden sind. Der Propeller ist jedoch eine Energiequelle. Da der Propeller durch Drehung eine Drallbewegung erzeugt, hat der Propellerstrahl auch einen Drall.

Mit der Potentialtheorie wird nachgewiesen, dass die induzierte Umfangsgeschwindigkeit vor der Propellerwirkscheibe gleich Null ist. Beim Durchfluss durch die Propellerwirkscheibe ändert sich die Umfangsgeschwindigkeit sprunghaft von Null, vor der Wirkscheibe, zum Wert  $w_{\theta 2}$ , nach der Wirkscheibe. Es wird angenommen, dass die vom Propeller induzierte Umfangsgeschwindigkeit in der Wirkscheibe  $w_{\theta 0}$  die Hälfte der Geschwindigkeit  $w_{\theta 2}$  ist:  $w_{\theta 0} = w_{\theta 2} / 2$ .

<sup>2</sup> Die Fläche, in jedem Punkt derer die Geschwindigkeit zu dieser Fläche tangential ist.

Aus der Kontinuitätsgleichung  $V_A A_A = u_D A_\infty$  mit Berücksichtigung der Bedingung  $u_D > V_A$  folgt, dass der Strahlquerschnitt vor dem Propeller  $A_A$  größer als der Querschnitt nach dem Propeller  $A_\infty$  ist:  $A_A > A_\infty$ . Der Strahl erfährt zuerst eine Kontraktion (Abb. 5.1b), die mit dem Auftreten der radialen Geschwindigkeiten  $w_r$  zusammenhängt. In einer Entfernung zur Wirkscheibe wird die Strahlkontraktion vollendet und die radiale induzierte Geschwindigkeit klingt ab:  $w_{r\infty} = 0$ . In der realen Flüssigkeit erfährt jeder Strahl zuerst eine Kontraktion und danach eine Aufweitung, die durch Instabilität der an der Strahlgrenze bildenden Scherschicht sowie durch Reibung bedingte Diffusion verursacht wird. Besonders stark ist die Aufweitung, falls der Strahl einen Drall hat. Der Propellerstrahl hat immer einen Drall. Dementsprechend ist das Bild 5.1b als ein idealisiertes Bild zu betrachten. Die radiale Geschwindigkeit wird beim Durchgang durch die Propellerwirkscheibe als stetig angenommen, d.h.  $w_{rB} = w_{rC} = w_{r0}$ .

Bei der Betrachtung eines Ringelementes in der Propellerwirkscheibe mit der Fläche  $dA_0$  und einem durch zwei Stromflächen begrenztes Volumen  $U$ , mit einem ringförmigen Querschnitt (Abb. 5.2), ist der Massendurchfluss in jedem Querschnitt des Volumens gleich

$$d\dot{m} = \rho(V_A + w_{x0})dA_0 = \rho(V_A + w_{x\infty})dA_\infty = \rho V_A dA_A \quad (5.1)$$

Ist der Schub  $T$  im Vergleich mit  $\frac{\rho V_A^2}{2} A_0$  klein (d.h. der Schubbelastungsgrad

$C_T = \frac{T}{\rho V_A^2 D^2 \frac{\pi}{8}}$  ist gering), sind die induzierten Geschwindigkeiten gegenüber  $V_A$  auch

klein:

$$w_{x0,\infty} \ll V_A, \quad w_{\theta 0,\infty} \ll V_A, \quad w_{r0,\infty} \ll V_A. \quad (5.2)$$

Wie aus (5.1) und (5.2) folgt, ist in diesem Fall  $\rho V_A dA_0 \approx \rho V_A dA_\infty \Rightarrow dA_0 \approx dA_\infty$  und die Strahlkontraktion kann vernachlässigt werden, d.h.  $R_\infty = R_0$ . Aus dem Drehimpulssatz folgt, dass die Umfangsgeschwindigkeit stromabwärts konstant ist:

$$r w_{\theta 2} d\dot{m} = r_\infty w_{\theta \infty} d\dot{m} \Rightarrow w_{\theta 2} = w_{\theta \infty}$$

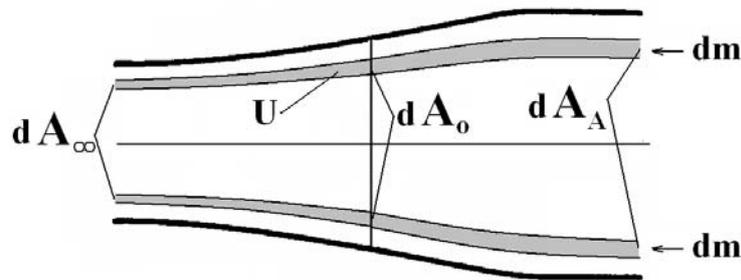


Abbildung 5.2: Zur Herleitung der Formel (5.1)

### 5.3 Theorem (Hypothese) von Froude

Wir betrachten einen schwach belasteten Propeller, für den die Abschätzung (5.2) und die letzte Abschätzung aus dem Drehimpulssatz gültig sind. Die Bernoullische Gleichung wird vor dem Propeller für die Punkte A und B und nach dem Propeller für die Punkte C und D geschrieben

$$p_A + \rho V_A^2 / 2 = p_B + \rho [(V_A + w_{x0})^2 + w_{r0}^2] / 2 \quad (5.3)$$

$$p_C + \rho [(V_A + w_{x0})^2 + w_{c\infty}^2 + w_{r0}^2] / 2 = p_D + \rho [(V_A + w_{x\infty})^2 + w_{c\infty}^2] / 2$$

Der Drucksprung an der Propellerwirkscheibe  $\Delta p = p_C - p_B$  lässt sich aus (5.3) berechnen

$$\Delta p = p_C - p_B = p_D - p_A + \rho w_{x\infty} (V_A + w_{x\infty} / 2) \quad (5.4)$$

Da der Punkt D weit vom Propeller entfernt ist, ist dort der Druck dem Druck im Punkt A gleich,  $p_D = p_A$ . Aus der ersten Gleichung (5.3) ergibt sich dann

$$p_B - p_A = -\rho w_{x0} (V_A + w_{x0} / 2) - \rho w_{r0}^2 / 2 \quad (5.5)$$

Werden die Quadrate der induzierten Geschwindigkeiten in (5.4) und (5.5) im Einklang mit (5.2) vernachlässigt, ergibt sich aus (5.4) und (5.5)

$$\begin{aligned} \Delta p &= +\rho w_{x\infty} V_A \\ p_B - p_A &= -\rho w_{x0} V_A \end{aligned} \quad (5.6)$$

Es wird angenommen, dass eine Hälfte des Drucksprunges durch den Druckabfall an der vorderen Seite entsteht, während die Andere durch eine Druckerhöhung an der hinteren Seite der Propellerwirkscheibe entsteht:

$$\begin{aligned} p_B - p_A &= -\Delta p / 2; \\ p_C - p_A &= +\Delta p / 2; \end{aligned} \quad (5.7)$$

Setzt man (5.7) in (5.6) ein, ergeben sich die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} \Delta p &= \rho w_{x\infty} V_A \\ \Delta p &= 2\rho w_{x0} V_A \end{aligned} \quad (5.8)$$

oder

$$\begin{aligned} w_{x0} &= w_{x\infty} / 2 \\ w_{x0} + V_A &= (V_A + (V_A + w_{x\infty})) / 2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Die Formel (5.9) ist der mathematische Ausdruck der Hypothese von W. Froude:

- Die Strömungsgeschwindigkeit in der Propellerwirkscheibe ist der Halbsumme der Strömungsgeschwindigkeiten weit vor ( $V_A$ ) und hinter ( $V_A + w_{x\infty}$ ) dem Propeller gleich.

Diese Abschätzung kann für beliebig belastete Propeller benutzt werden.

## 5.4 Verhältnisse zwischen den induzierten Geschwindigkeiten

Es wird dabei ein Ringelement in der Wirkscheibe auf dem Radius  $r$  betrachtet. Die zum Ringelement des Propellers zugeführte Leistung  $dP_D$  ist gleich dem Produkt des Drehmomentes  $dQ$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$ :

$$dP_D = \Omega dQ \quad (5.10)$$

Das am Element wirkende Drehmoment wird aus dem Drehimpulsansatz berechnet:

$$dQ = r w_{\theta 2} dm \quad (5.11)$$

Die Leistung  $dP_D$  wird für die Vergrößerung der kinetischen und der potentialen Energie der durch die Wirkscheibe fließenden Flüssigkeit verbraucht. Bei der Betrachtung der Energieumwandlung während des Durchflusses der Flüssigkeitsmasse  $dm$  durch die Wirkscheibe lässt sich feststellen, dass kurz vor der Wirkscheibe die Masse die kinetische Energie  $\frac{1}{2} [(V_A + w_{x0})^2 + w_{r0}^2] dm$  und die potentiale Energie  $\frac{1}{\rho} p_B dm$  hat. Hinter der Wirkscheibe hat die Masse die kinetische

Energie  $\frac{1}{2}[(V_A + w_{x0})^2 + w_{r0}^2 + w_{\theta 2}^2]dm$  und die potentielle Energie  $\frac{1}{\rho}p_C dm$ . Der Energiefluss fehlt in seitlicher Richtung an der Wirkscheibe. Der Energiegewinn pro Zeiteinheit beim Durchfluss der Masse durch die Wirkscheibe ist gleich der zum Ringelement zugeführten Leistung

$$dP_D = \left( \frac{w_{\theta 2}^2}{2} + \frac{p_C - p_B}{\rho} \right) dm \quad (5.12)$$

Setzt man (5.11) und (5.12) in (5.10) ein, findet man den Zusammenhang zwischen dem Drucksprung  $\Delta p$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $w_{\theta 2}$ :

$$\Delta p = \rho w_{\theta 2} (\Omega r - w_{\theta 2} / 2) \quad (5.13)$$

Die linearisierte Gleichung (5.13) lautet:

$$\Delta p = \rho \Omega r w_{\theta 2} \quad (5.14)$$

Vergleicht man die Gleichung (5.14) und die erste Gleichung in (5.8) ergibt sich

$$\Omega r w_{\theta 2} = w_{x\infty} V_A \Rightarrow \frac{w_{\theta 2}}{w_{x\infty}} = \frac{V_A}{\Omega r} = \tan \beta \quad (5.15)$$

In den Abschnitten 5.2 und 5.3 wurden die Relationen  $w_{\theta 0} = w_{\theta 2} / 2$  und  $w_{x0} = w_{x\infty} / 2$  diskutiert. Mit diesen nimmt die Formel (5.15) die folgende Form an:

$$\frac{w_{\theta 0}}{w_{x0}} = \frac{V_A}{\Omega r} = \tan \beta \quad (5.16)$$

## 5.5 Idealer Antrieb

Die zugeführte Leistung  $P_D$  setzt sich aus der Nutzleistung  $TV_A$  und der verlorenen Leistung  $\Delta P_D$  zusammen. Im Rahmen der Strahltheorie tritt die verlorene Leistung durch Verluste auf, die mit der Erzeugung der induzierten Axial- und der Umfangsgeschwindigkeit verbunden sind. Im Einklang mit der dritten Annahme werden die zähigkeitsbedingten Verluste nicht betrachtet.

Ein idealer Antrieb heißt der Antrieb, der keinen Drall im Nachlauf erzeugt. Beim idealen Antrieb geht nur ein Teil der Leistung verloren, da bei der Arbeit des Antriebs nur die zusätzliche axiale Strömung erzeugt wird.

Es wird das Ringelement und das Volumen in Abb. 5.2 betrachtet. Der Schub am Ringelement wird aus dem Impulsansatz gefunden, der für das Volumen U angewendet wird:

$$dT = \oint_{S_{\text{Volumen}}} (p \cos(n, x) + \rho u_n u_x) dS, \quad (5.17)$$

wobei  $S_{\text{Volumen}}$  die Fläche darstellt, die das Volumen U ummantelt. Diese Fläche besteht aus der Fläche des Ringelementes am Einlass  $dA_A$ , des Ringelements am Auslass  $dA_\infty$  und der seitlichen Fläche S. Wie bereits beschrieben wurde, ist der Druck weiter vorne dem Druck weit hinter dem Propeller gleich, d.h.  $p_D = p_A$ . Die normale Komponente der Geschwindigkeit an der Stromfläche ist Null:  $\int_S \rho u_n u_x dS = 0$ . Damit reduziert sich

(5.17) zur folgenden Formel:

$$dT = \oint_S p \cos(n, x) dS - \rho u_{xA}^2 dA_A + \rho u_{x\infty}^2 dA_\infty \quad (5.18)$$

Streng mathematisch lässt sich nachweisen, dass das erste Integral gleich Null ist. Beim Einsetzen von  $\rho V_A dA_A = \rho (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty$  aus (5.1) in (5.18), ergibt sich schließlich:

$$dT = -\rho u_{xA}^2 dA_A + \rho u_{x\infty}^2 dA_\infty = \rho [(V_A + w_{x\infty})^2 - V_A (V_A + w_{x\infty})] dA_\infty = \rho w_{x\infty} (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty$$

$$T = \rho \int_{A_\infty} w_{x\infty} (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty \quad (5.19)$$

Die zugeführte Leistung zum Ringelement ergibt sich aus den Formeln (5.4) und (5.12) mit Berücksichtigung der Formel aus (5.1)

$$dP_D = \left( \frac{w_{\theta 2}^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} \right) d\dot{m} = \rho w_{x\infty} (V_A + w_{x\infty} / 2) (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty$$

$$\Downarrow$$

$$P_D = \rho \int_{A_\infty} w_{x\infty} (V_A + w_{x\infty} / 2) (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty \quad (5.20)$$

$$\Downarrow$$

$$P_D = TV_A + \frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} w_{x\infty}^2 (V_A + w_{x\infty}) dA_\infty \quad (5.21)$$

Das erste Glied in (5.21) ist die nützliche Leistung, während das zweite die verlorene Leistung beschreibt.

Der Wirkungsgrad des idealen Propellers ist nach der Definition gleich:

$$\eta = \frac{TV_A}{P_D} = \frac{TV_A}{TV_A + \Delta P_D} = \frac{I}{I + \Delta P_D / (TV_A)}, \quad (5.22)$$

$$\Delta P_D = \frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} w_{x^\infty}^2 (V_A + w_{x^\infty}) dA_\infty$$

## 5.6 Optimaler Antrieb

Der ideale Antrieb ist optimal, wenn die verlorene Leistung  $\frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} w_{x^\infty}^2 (V_A + w_{x^\infty}) dA_\infty$

minimal ist. Es lässt sich nachweisen, dass die verlorene Leistung minimal ist, sobald die induzierte Geschwindigkeit  $w_{x^\infty}$  im Querschnitt  $A_\infty$  konstant ist:  $w_{x^\infty} = c_\infty$ . Der Schub und die verlorene Leistung werden in diesem Fall aus der einfachen Formel berechnet:

$$T^{opt} = \rho c_\infty (V_A + c_\infty) A_\infty$$

$$\Delta P_D^{opt} = 0.5 \rho c_\infty^2 (V_A + c_\infty) A_\infty \quad (5.23)$$

**Nachweis:** Die Differenz zwischen verlorener Leistung und der optimalen verlorenen Leistung ist:

$$\Delta P_D - \Delta P_D^{opt} = \frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} w_{x^\infty}^2 (V_A + w_{x^\infty}) dA_\infty - \frac{\rho}{2} c_\infty^2 (V_A + c_\infty) A_\infty =$$

$$\frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} (w_{x^\infty} - c_\infty)^2 \left[ w_{x^\infty} + \frac{(V_A + c_\infty)^2}{V_A + c_\infty} \right] dA_\infty + \left[ c_\infty \frac{V_A + 1.5c_\infty}{V_A + 2c_\infty} \right] (T - T^{opt}) \quad (5.24)$$

Es werden zwei Antriebe mit gleichem Schub  $T = T^{opt}$  verglichen. Damit verschwindet das zweite Glied in (5.24)

$$\Delta P_D - \Delta P_D^{opt} = \frac{\rho}{2} \int_{A_\infty} (w_{x^\infty} - c_\infty)^2 \left[ w_{x^\infty} + \frac{(V_A + c_\infty)^2}{V_A + c_\infty} \right] dA_\infty$$

Die Differenz  $\Delta P_D - \Delta P_D^{opt}$  ist immer positiv, wenn  $w_{x^\infty} \neq c_\infty$  und die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$V_A \geq 0; w_{x\infty} > -\frac{V_A}{2}; c_\infty > -\frac{V_A}{2}$$

Wenn  $w_{x\infty} = c_\infty$  ist die Differenz gleich Null. Das heißt, die verlorene Leistung ist minimal, wenn die induzierte Geschwindigkeit  $w_{x\infty}$  im Querschnitt  $A_\infty$  konstant ist:

$$w_{x\infty} = c_\infty .$$

Beim Einsetzen der Formel (5.23) in (5.22), entwickelt sich die Formel für den idealen Wirkungsgrad eines Propulsionsorganes:

$$\eta^{opt} = \frac{I}{I + \frac{c_\infty}{2V_A}} \quad (5.25)$$

Der ideale Wirkungsgrad eines Propulsionsorganes  $\eta^{opt}$  berücksichtigt nur die Verluste, die bei Strömungsmaschinen Austrittsverluste genannt werden, also die im Wasser zurückbleibende Bewegungsenergie. Genau genommen wird nur die axiale Komponente der Austrittsverluste berücksichtigt. Die tangentialen Austrittsverluste und die durch die Zähigkeit des Wassers bedingten Energieverluste werden nicht erfasst.

Wie aus (5.25) folgt, lässt sich der Wirkungsgrad durch Verminderung der Geschwindigkeit  $c_\infty$  vergrößern. Für die vorgegebenen Werte  $T$  und  $V_A$  kann diese Geschwindigkeit entweder durch die Vergrößerung der Fläche  $A_\infty$  (d.h. Vergrößerung des Propellerdurchmessers) und/oder durch die Vergrößerung der Dichte  $\rho$  erreicht werden.

Führen wir die über die Wirkscheibe gemittelte Geschwindigkeit  $u_m$  ein. Sie kann aus der Kontinuitätsbedingung durch  $V_A$ ,  $c_\infty$  und  $A_\infty$  ausgedrückt werden:

$$u_m A_0 = (V_A + c_\infty) A_\infty \Rightarrow u_m = (V_A + c_\infty) \frac{A_\infty}{A_0} \quad (5.26)$$

Das Theorem von Froude (5.9) kann auch in der integralen Form geschrieben werden

$$w_{x0} + V_A = (V_A + (V_A + w_{x\infty})) / 2$$

$$u_m = \frac{I}{2} (V_A + (V_A + c_\infty)) = V_A + \frac{c_\infty}{2} \quad (5.27)$$

Mit (5.26) und (5.27) kann der optimale Schub folgendermaßen geschrieben werden:

$$T^{opt} = \rho c_{\infty} (V_A + c_{\infty}) A_{\infty} = \rho c_{\infty} u_m A_0 = \rho c_{\infty} \left( V_A + \frac{c_{\infty}}{2} \right) A_0 \quad (5.28)$$

Bei der Division von (5.28) durch  $\frac{\rho V_A^2 A_0}{2}$  ergibt sich die quadratische Gleichung für

$$\frac{c_{\infty}}{V_A} : C_T = \left( \frac{c_{\infty}}{V_A} \right) \left( \frac{2 + c_{\infty}}{V_A} \right)$$

mit der Lösung

$$\frac{c_{\infty}}{V_A} = \sqrt{1 + C_T} - 1 \quad (5.29)$$

Beim Einsetzen von Gleichung (5.29) in (5.25) ergibt sich eine andere Form für den idealen Wirkungsgrad eines Propulsionsorganes

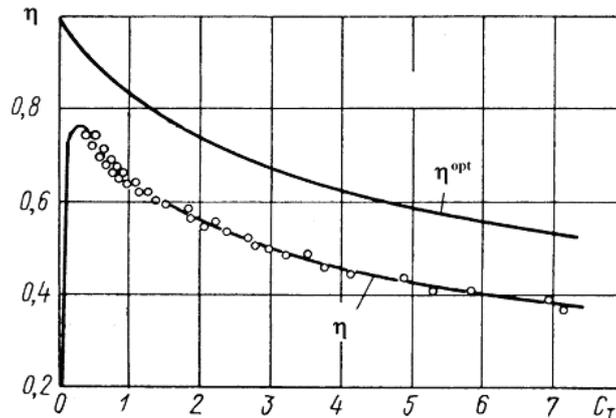
$$\eta^{opt} = \frac{2}{\sqrt{1 + C_T} + 1} \quad (5.30)$$

Zum Vergleich: der Wirkungsgrad des Propellers beträgt bei  $C_T \approx 0.3$  etwa 80-85 Prozent des Wirkungsgrades des optimalen Antriebes.

Die Formel (5.30) besagt, dass der Wirkungsgrad mit kleiner werdendem Schubbelastungsgrad steigt. Für die vorgegebenen Werte  $T$  und  $V_A$  bedeutet das, dass der Durchmesser vergrößert werden muss. Diese im Schiffbau bekannte Regel ist jedoch nicht ganz korrekt. Die Messungen zeigen, dass es einen optimalen Durchmesser  $D_{opt}$  gibt. Eine weitere Vergrößerung des Durchmessers  $D > D_{opt}$  führt zur Abnahme des Wirkungsgrades (Abb. 5.3). Der Grund sind die durch die Reibung und die induzierten Umfangsgeschwindigkeiten zunehmenden Verluste. Meistens befinden sich die realen Propeller im Diagramm rechts von  $D_{opt}$ .

Die Strahlkontraktion eines optimalen Antriebes berechnet sich aus (5.26), (5.27) und (5.29) und beträgt:

$$\left( \frac{R_{\infty}}{R} \right)^2 = \frac{(1 + C_T)^{1/2} + 1}{2(1 + C_T)^{1/2}}$$



**Abbildung 5.3: Idealer Wirkungsgrad  $\eta^{opt}$  und Wirkungsgrad  $\eta$  eines realen Propellers mit optimalem Durchmesser in Abhängigkeit vom Schubbelastungsgrad (entnommen aus [5])**

## 5.7 Düsenpropeller

Die Strahltheorie wurde von verschiedenen Autoren für Düsenpropeller erweitert. Die Düse ist eine ringförmige Ummantelung des Propellers, die sich nach vorn erweitert (Abb. 1.8). Die geometrischen Parameter der Düse werden in Abb. 5.4 gezeigt. Der Propeller wird im engsten Querschnitt der Düse angebracht. Der Spalt  $\Delta$  zwischen der Propellerblattspitze und der Düseninnenwand soll gering sein  $\left(\frac{\Delta}{R} \approx 0.01 - 0.014\right)$ . Die Düse hat einen Querschnitt, der als Tragflügelprofil ausgebildet ist. Die maximale Dicke des Profils bezogen auf  $l_D$  kann den Wert 0.125 erreichen. Die typischen geometrischen Parameter der Düsen liegen im Bereich:

$$\left(\frac{l_D}{D_D} \approx 0.6 - 0.8\right); \beta = \left(\frac{D_{DR}}{D_D}\right)^2 = 1.12 - 1.15; \frac{l_{DE}}{l_D} = 0.35 - 0.375; \alpha = \frac{D_{DE}^2}{D_D^2} = 1.32 - 1.39$$

Die Aufgabe der Düse ist es, dem Propeller eine größere Wassermenge zuzuführen, als sie der gleich große freie Propeller bei gleichem Schub verarbeitet. Dadurch verbessern sich die Arbeitsbedingungen des Propellers. Das Profil der Düse wird wie ein Tragflügelprofil umströmt, so dass die resultierende Kraft eine horizontale Komponente in Richtung der Bewegung hat. In der Düse entsteht ein zusätzlicher Schub  $T_D$ .

Die Strahltheorie liefert folgende Formel für den idealen Wirkungsgrad des Düsenpropellers:

$$\eta_D^{opt} = \frac{I}{I + \frac{C_{TD} V_{DA}}{4 u_{sk}}} \quad (5.31)$$

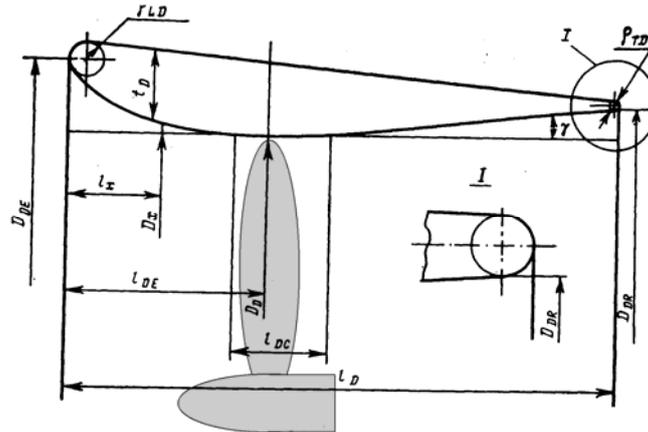


Abbildung 5.4: Geometrische Parameter der Düse [11]

Hier ist  $\frac{V_{DA}}{u_{sk}}$  das Verhältnis der Fortschrittsgeschwindigkeit des Düsenpropellers zu einer mittleren Geschwindigkeit der Strömung in der PropellerWirkscheibe und  $C_{TD} = \frac{2(T + T_D)}{\rho A_0 V_{DA}^2}$  ist der Schubbelastungsgrad des Düsenpropellers. Je kleiner das Verhältnis  $\frac{V_{DA}}{u_{sk}}$  bei konstantem Schubbelastungsgrad ist, desto effizienter ist der Düsenpropeller.

Die Erfahrung zeigt, dass Düsenpropeller bei  $C_{TD} > 2$  effizienter als freie Propeller sind. Im Bereich  $2 < C_{TD} < 5$  beträgt die Erhöhung des Wirkungsgrades 6 – 10 %. Der von der Düse zusätzlich erzeugte Schub beträgt 25–40 % des Schubes des Propellers. Bei größeren  $C_{TD}$  kann die Steigerung des Wirkungsgrades sogar 15–17 % erreichen.

## 5.8 Anwendung der Strahltheorie zur Abschätzung der Energieumwandlung in Windturbinen

Windenergieanlagen (Abb. 5.5) sind in der letzten Zeit eine wichtige Energiequelle geworden. Bei der Betrachtung einer optimalen, idealen Windturbine, die keine durch die induzierte Drallbewegung und Reibung bedingten Verluste aufzeigt, wird die

Strahlkontraktion vernachlässigt. Die Energieabnahme einer Flüssigkeitsmasse  $m$ , die durch die Windturbine fließt, ist gleich (siehe Abb.5.6)

$$\frac{1}{2}(\underbrace{mC^2}_{\text{vor}} - \underbrace{mU^2}_{\text{nach}})$$



**Abbildung 5.5: Windenergieanlage der Fa. Nordex**  
*www.nordex-online.com*

Die Energieänderung pro Zeiteinheit ist der von der Turbine genutzten Leistung gleich

$$P = \frac{1}{2}(\underbrace{\dot{m}C^2}_{\text{vor}} - \underbrace{\dot{m}U^2}_{\text{nach}}) = \dot{m}(C^2 - U^2)/2 \quad (5.32)$$

Der Massendurchsatz ist gleich dem Produkt der Dichte, der Querschnittsfläche mit der mittleren Geschwindigkeit in der Turbinenwirkscheibe

$$\dot{m} = \rho Au \quad (5.33)$$

wobei die Geschwindigkeit  $u$  nach dem Froudeschen Theorem berechnet wird

$$u = \frac{C+U}{2} \quad (5.34)$$

Setzt man (5.33) und (5.34) in (5.32) ein, ergibt sich

$$P = \rho A \frac{(C^2 - U^2)(C+U)}{4} = \rho AC^3 \frac{(1 - \xi^2)(1 + \xi)}{4} \quad (5.35)$$

wobei  $\xi = U/C$  ist. Anstatt des Wirkungsgrades wird für die Turbine der Leistungsbeiwert genutzt:

$$C_p = \frac{2P}{\rho AC^3}, \quad (5.36)$$

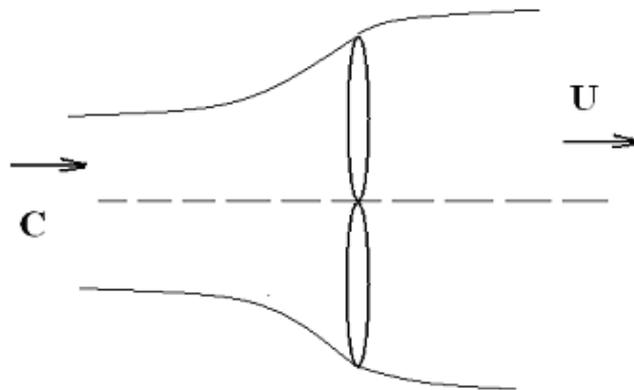
der zeigt, welchen Anteil der dargebotenen Leistung die Windturbine nutzt. Der Leistungsbeiwert wird aus (5.35) und (5.36) berechnet

$$C_p = \frac{2P}{\rho AC^3} = \frac{(1 - \xi^2)(1 + \xi)}{2}. \quad (5.37)$$

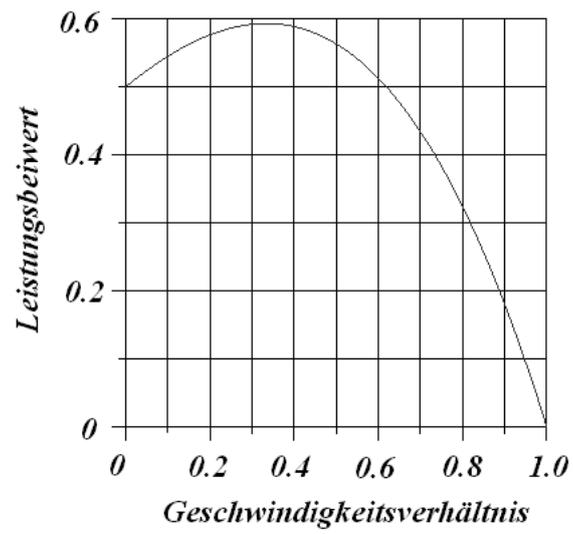
Die Ableitung des Leistungsbeiwertes nach  $\xi$  ist

$$dC_p / d\xi = (1 - \xi^2)(1 + \xi) = -2\xi + 1 - 3\xi^2. \quad (5.38)$$

Bei  $\xi = 1/3$  ist der Leistungsbeiwert maximal ( $dC_p / d\xi = 0$ ) und beträgt  $C_p = 16/27 = 0.592592$ . Die Abhängigkeit des Leistungsbeiwertes vom Geschwindigkeitsverhältnis  $\xi = U/C$  wird in Abb. 5.7 gezeigt.



**Abbildung 5.6: Strahlmodell für eine Windturbine**



**Abbildung 5.7: Leistungsbeiwert einer Windturbine in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis  $\xi = U / C$  (nach Betz)**

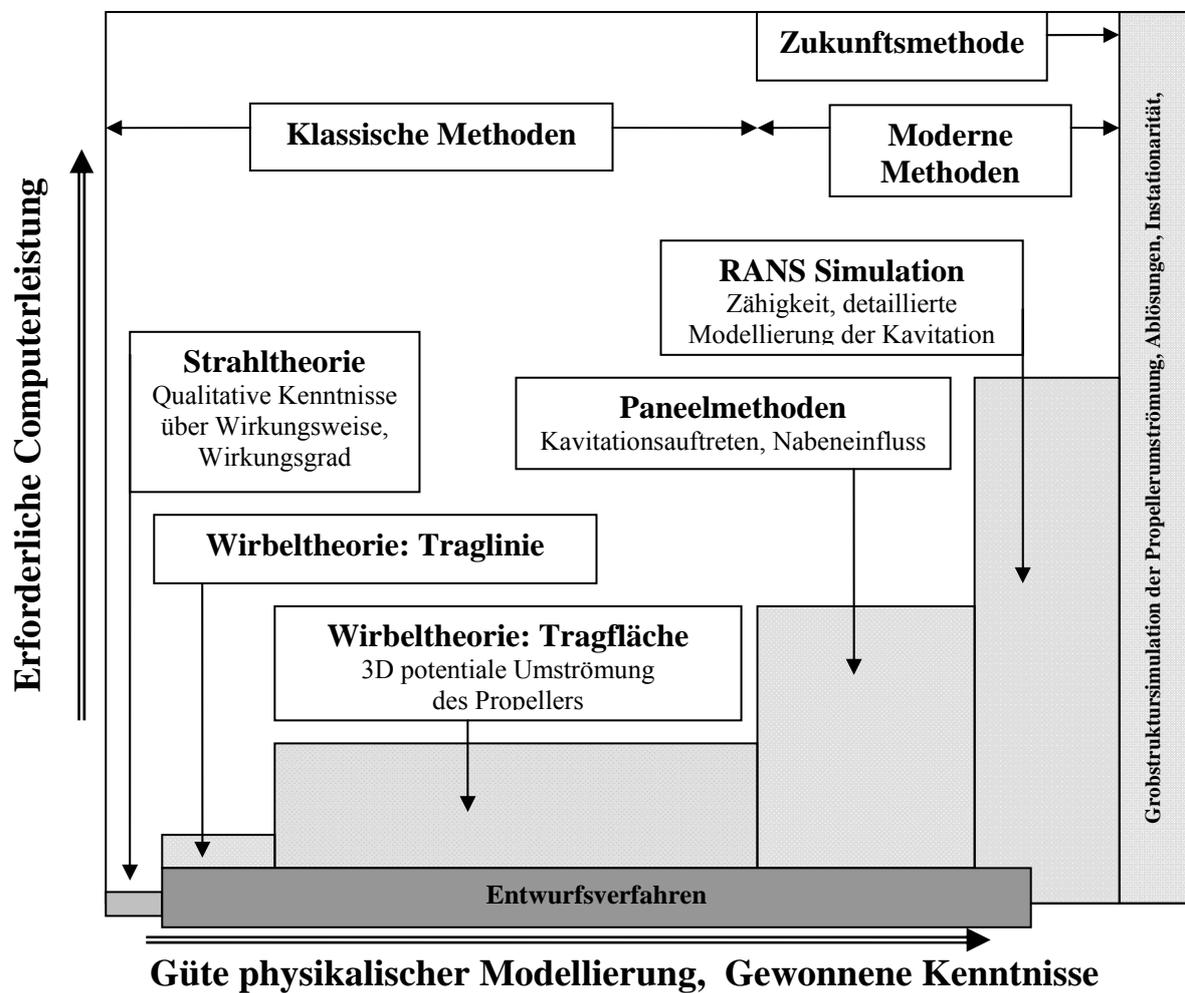
## Übungen

1. Der Propeller mit einem Durchmesser von 3 m erzeugt einen Schub von 100 kN bei der Geschwindigkeit 10 m/sek. Schätzen Sie den Wirkungsgrad des Propellers und die Strahlkontraktion! Um wie viel Prozent wird der Wirkungsgrad höher, wenn der Durchmesser auf 5 m erhöht wird?
2. Die Schiffsgeschwindigkeit ist 10 m/sek, die Geschwindigkeit des Wassers im Strahl nach dem Propeller 14 m/sek. Schätzen Sie die Geschwindigkeit in der Propellerwirkscheibe ab!
3. Der Propeller mit einem Durchmesser von 3 m erzeugt einen Schub von 100 kN bei der Geschwindigkeit 10 m/sek. Schätzen Sie die Geschwindigkeit in der Propellerwirkscheibe ab!
4. Wie viel Leistung hat die optimale Windturbine mit dem Durchmesser 20 m bei einer Windgeschwindigkeit von 5 m/sek? Wie groß ist dabei die Geschwindigkeit in der Propellerwirkscheibe der Turbine?

## 6. Wirbeltheorie des Propellers

### 6.1 Einleitung

Die in Kapitel 5 vermittelte Strahltheorie ist das einfachste Modell eines Propellers ohne Möglichkeiten der Flügelformgestaltung. Die Strahltheorie betrachtet den Propeller als eine dünne Kreisfläche mit einer unendlich großen Anzahl an Flügeln. Sie gibt keinen detaillierten Aufschluss über die Wirkungsweise des Propellers. Im Rahmen dieser Theorie ist es unmöglich, den Einfluss der Blattanzahl, des Flächenverhältnisses und der Profilform auf die hydrodynamischen Eigenschaften des Propellers zu untersuchen. Auch eine Abschätzung zum Auftreten von der Kavitation gestattet diese Theorie nicht.



**Abbildung 6.1: Klassifizierung der theoretischen Ansätze zur Berechnung von Propellern**

Die Wirbeltheorie ermöglicht den Entwurf des Propellers auf rein theoretischer Basis ohne auf zusätzliche experimentelle Daten zurückzugreifen. Die zurzeit verfügbaren

theoretischen Ansätze zum Propellerentwurf werden schematisch in Abb. 6.1 dargestellt. Die Kastenbreite für jedes Modell entspricht schematisch der Breite des Einsatzgebietes (Anzahl der Anwendungen). Wie zu sehen ist, bleibt die Wirbeltheorie nach wie vor ein Hauptinstrument beim Propellerentwurf, insbesondere für den notwendigen schnellen Vorentwurf.

Die Wirbeltheorie ist ein Kompromiss zwischen der erreichbaren Genauigkeit der Vorhersage und der erforderlichen Computerleistung. Bevor verschiedene Varianten der Wirbeltheorie beschrieben werden, sollen die Grundlagen der Strömungsmechanik von wirbelbehafteten Strömungen vermittelt werden.

## 6.2 Grundzüge der Strömungsmechanik von wirbelbehafteten Strömungen

### 6.2.1 Wirbellinie, Wirbelrohr und Zirkulation

Eine Strömung heißt wirbelbehaftet, wenn der Wirbelvektor in einigen Punkten dieser Strömung ungleich Null ist  $\vec{\omega} \neq 0$ . Nach der Definition ist der Wirbelvektor:

$$\vec{\omega} = \vec{i}\omega_x + \vec{j}\omega_y + \vec{k}\omega_z = \text{rot}\vec{u} = \nabla \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}, \quad (6.1)$$

wobei  $\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$  der Operator von Hamilton Nabla ist. Die Wirbellinie ist die Linie, der der Wirbelvektor in jedem Punkt tangential ist

$$\vec{\omega} \times d\vec{r} = 0; \quad \frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}, \quad (6.2)$$

wobei  $d\vec{r}$  das Vektorelement der Wirbellinie ist. Eine Menge von Wirbellinien, die sich auf eine geschlossene Kurve C stützen, heißen Wirbelrohr (Abb. 6.2).

Die Intensität  $\gamma = \int_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = \int_S \text{rot}\vec{u} \cdot \vec{n} dS$  und seine Zirkulation

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} d\vec{r} = \oint_C u_x dx + u_y dy + u_z dz$$

sind die wichtigsten kinematischen Größen des Wirbelrohres. Nach dem Theorem von Stokes wird die Zirkulation des Wirbelrohres durch seine Intensität ausgedrückt:

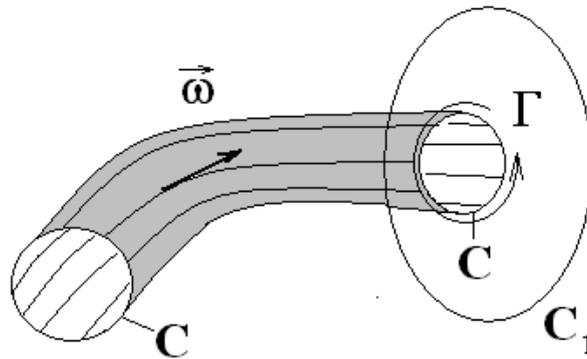


Abbildung 6.2: Wirbelrohr

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \int_S \text{rot} \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \int_S \left[ \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right] dS = \\
 &= \oint_L u_x dx + u_y dy + u_z dz \\
 &\quad \Downarrow \\
 \Gamma &= \int_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = \gamma = \int_S \text{rot} \vec{u} \cdot \vec{n} dS \quad (6.3)
 \end{aligned}$$

Die Einheit der Zirkulation ist  $\Gamma = \omega S = [\text{m}^2/\text{s}]$ . Meistens wird ein elementares Wirbelrohr oder ein Wirbelfaden ( $dS \rightarrow 0$ )  $d\gamma = \Gamma = \lim_{S \rightarrow 0} \omega_n dS = \text{konst.}$  betrachtet. Die Wirbelintensität im Faden ist unendlich ( $\omega \rightarrow \infty$ ). Wenn die Strömung außerhalb des Wirbelrohres keine Wirbel enthält, ist die Zirkulation entlang jeder geschlossenen Kurve, die zu einem Punkt zusammengezogen werden kann ohne das Wirbelrohr zu durchkreuzen, gleich Null. Die potentielle Strömung, die eine Kontur enthält, entlang der die Zirkulation nicht Null ist, heißt zirkulationsbehaftete. Sind außerhalb des Wirbelrohres keine Wirbel vorhanden ( $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{u} = 0$ ), ist die Zirkulation entlang der Konturen  $C_1$  und  $C$  gleich. Der Wirbelvektor ist solenoidal (quellenfrei)

$$\text{div} \text{rot} \vec{u} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \equiv 0 \quad (6.4)$$

Nach dem Theorem von Helmholtz ist die Zirkulation des Wirbelrohres in der reibungslosen Strömung konstant.

In der Flügel- und Propellertheorie wird die Strömung außerhalb der Flügel, der Propellerblätter und der Wirbelschleppe als wirbelfrei betrachtet, d.h. ( $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{u} = 0$ )

außerhalb des Blattes und der Wirbelschlepe. Die Zirkulation entlang der Konturen, die die Flügel, das Propellerblatt und die Wirbelschlepe durchkreuzen, ist nicht Null. Also wird die Strömung in der Flügeltheorie und der Propellertheorie als zirkulationsbehaftete behandelt.

### 6.2.2 Induzierte Geschwindigkeiten

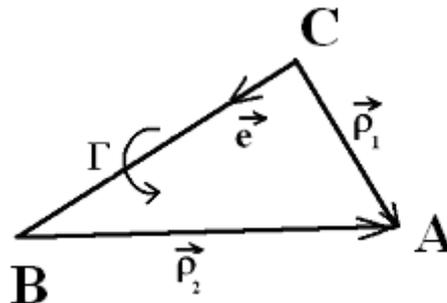
Nach dem Gesetz von Bio Savart induziert jedes Wirbelgebilde mit dem Volumen  $V$  die Geschwindigkeit

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega} \times (\vec{x} - \vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|^3} d\vec{r} \quad (6.5)$$

Für eine durch ein elementares Wirbelrohr (oder Wirbellinie) induzierte Geschwindigkeit lautet die Formel (6.6):

$$\vec{u}(\vec{x}) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \int_l \frac{(\vec{x} - \vec{r}) \times d\vec{l}(\vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|^3}, \quad (6.6)$$

wobei  $l$  die Rohrlänge und  $d\vec{l}$  der Vektor der Tangente zum Rohr sind.



**Abbildung 6.3:** Zur Herleitung der Formel für die vom Wirbelabschnitt BC im Punkt A induzierte Geschwindigkeit

Ein gerader Wirbelabschnitt induziert die Geschwindigkeit im Punkt A, die in drei verschiedenen, aber äquivalenten Formen geschrieben werden kann (siehe Abb.6.3)

$$\vec{u} = \frac{\Gamma}{4\pi} \left( \left( \frac{\vec{\rho}_1}{|\vec{\rho}_1|} - \frac{\vec{\rho}_2}{|\vec{\rho}_2|} \right) \vec{e} \right) \cdot \frac{\vec{e} \times \vec{\rho}_1}{|\vec{e} \times \vec{\rho}_1|^2}, \quad (6.7a)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{4\pi} (\vec{e} \times \vec{\rho}_1) \text{sign}(\vec{e} \vec{\rho}_2) \left\{ \frac{1}{(|\vec{e} \vec{\rho}_2| + |\vec{\rho}_2|) |\vec{\rho}_2|} - \frac{1}{((\vec{e} \vec{\rho}_1) \text{sign}(\vec{e} \vec{\rho}_2) + |\vec{\rho}_1| |\vec{\rho}_1|)} \right\}, \quad (6.7b)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{4\pi} (\vec{e} \times \vec{\rho}_1) \text{sign}(\vec{e} \vec{\rho}_1) \left\{ \frac{1}{(|\vec{e} \vec{\rho}_1| + |\vec{\rho}_1|) |\vec{\rho}_1|} - \frac{1}{((\vec{e} \vec{\rho}_2) \text{sign}(\vec{e} \vec{\rho}_1) + |\vec{\rho}_2| |\vec{\rho}_2|)} \right\}. \quad (6.7c)$$

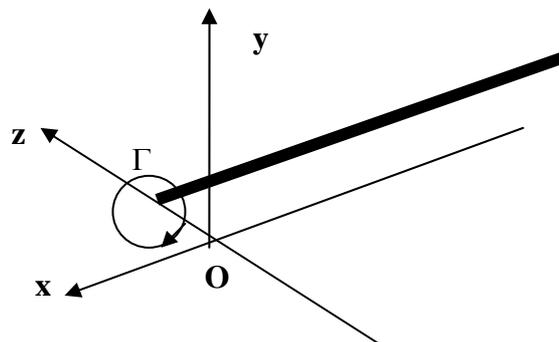
Wird ein Punkt in die Unendlichkeit verschoben, ergibt sich ein halbunendlicher Wirbelstrahl (Abb. 6.4). Werden beide Punkte B und C entlang des Abschnittes in die Unendlichkeit verschoben

$$\left( \left( \frac{\vec{\rho}_1}{|\vec{\rho}_1|} - \frac{\vec{\rho}_2}{|\vec{\rho}_2|} \right) \vec{e} \right) \rightarrow 2,$$

ergibt sich die bekannte Formel für einen 2D Punktwirbel

$$|\vec{u}| = \frac{\Gamma}{2\pi h}.$$

Durch die direkte Berechnung kann man zeigen, dass die von einem 2D Punktwirbel induzierte Strömung überall außerhalb des Punktwirbels wirbelfrei oder potential ist. Genauso potential ist auch die Strömung, die von einem geschlossenen elementaren 3D Wirbelrohr induziert wird. Sowohl der Punktwirbel im 2D Fall, als auch die Punkte an der Wirbelrohrachse im 3D Fall sind besondere Punkte, in denen die Strömung nicht potential ist.



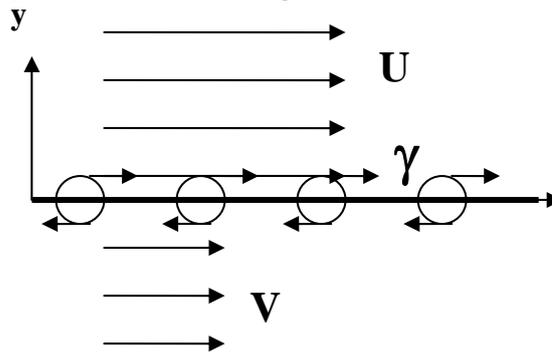
**Abbildung 6.4: Halbunendlicher gerader Wirbel**

Bei numerischen Methoden werden die gekrümmten Wirbellinien oft als eine unendlich große Menge von Wirbelabschnitten dargestellt. Wird der Abstand  $h$  zwischen dem Aufpunkt und einem Wirbelabschnitt kleiner, so geht die Geschwindigkeit gegen Unendlich. Dies bereitet einige Probleme bei numerischen Berechnungen. Um die dadurch verursachten numerischen Instabilitätsprobleme zu

überwinden, wird oftmals die „cut-off“ Regel verwendet, nach der ein Wirbelkern  $h_{min}$  um das Wirbelrohr eingeführt wird. Damit entsteht eine numerische Sicherheitsummantelung. Für den Fall, dass der minimale Abstand zwischen dem elementaren Wirbelrohr und dem Aufpunkt größer als ein bestimmter Wert  $h_{min}$  ist ( $h \geq h_{min}$ ), wird die Geschwindigkeit nach dem Gesetz von Bio-Savart berechnet. Wenn  $h < h_{min}$  ist, wird die induzierte Geschwindigkeit gleich Null gesetzt oder sie ändert sich linear mit dem Wert  $h_{min}$  bis auf Null (auf der Wirbelrohrachse).

### 6.2.3 Wirbelschichten

Der Einfachheit halber betrachten wir zuerst eine 2D Strömung, die von zwei Strömungen verschiedener Geschwindigkeiten gebildet wird (Abb. 6.5). Ist die Zähigkeit gleich Null, bleibt die Grenze zwischen den Strömungen infinitesimal dünn<sup>3</sup>. Die Geschwindigkeit ändert sich sprunghaft vom Wert  $U$  zum Wert  $V$ . Rein kinematisch kann diese Strömung durch eine dünne Wirbelschicht mit der Intensität  $\gamma = (U - V)$  in der Anströmung  $V_\infty = (U + V)/2$  nachgebildet werden.



**Abbildung 6.5:** Geschwindigkeitsfeld neben der Wirbelschicht  $y=0$

Tatsächlich ergibt sich die von einer unendlichen Reihe von 2D Punktwirbeln mit der Wirbelstärke  $\gamma dx$  induzierte Geschwindigkeit wie folgt:

$$u_x(x, y) = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y d\xi}{(x - \xi)^2 + y^2} + (U + V)/2 = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y dx}{x^2 + y^2} + (U + V)/2 = U \quad \text{oben,}$$

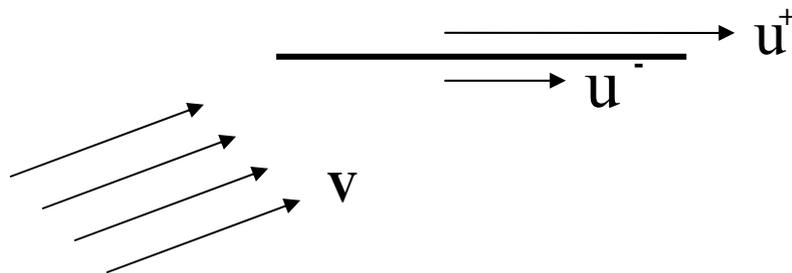
$$u_x(x, y) = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y d\xi}{(x - \xi)^2 + y^2} + (U + V)/2 = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y dx}{x^2 + y^2} + (U + V)/2 = V \quad \text{unten,}$$

$$u_y(x, y) = 0.$$

<sup>3</sup> Instabilität der Wirbelschicht wird hier vernachlässigt

Dieses einfache Beispiel zeigt, wie man mit Hilfe von Wirbelschichten Strömungen mit einem Sprung der tangentialen Geschwindigkeit modellieren kann. Generell, werden Wirbelschichten für Strömungen benutzt, die einen Sprung der tangentialen Geschwindigkeitskomponente zu einer Fläche erfahren. Ein Beispiel ist die Umströmung einer infinitesimal dünnen Platte (Abb. 6.6).

Da an der Platte ein Drucksprung entsteht und dieser einen Auftrieb erzeugt, muss die tangentielle Geschwindigkeit der Platte nach der Bernouli'schen Gleichung auch einen Sprung haben  $u^+ - u^- \neq 0$ . Für den Fall  $u^+ - u^- = 0$  entsteht kein Auftrieb. Die Wirkung der Platte auf die Anströmung kann durch die Wirkung der an der Platte gelagerten Wirbelschicht modelliert werden.



**Abbildung 6.6:** *Sprung der tangentialen Geschwindigkeit an der unter einem Anstellwinkel umströmten Platte*

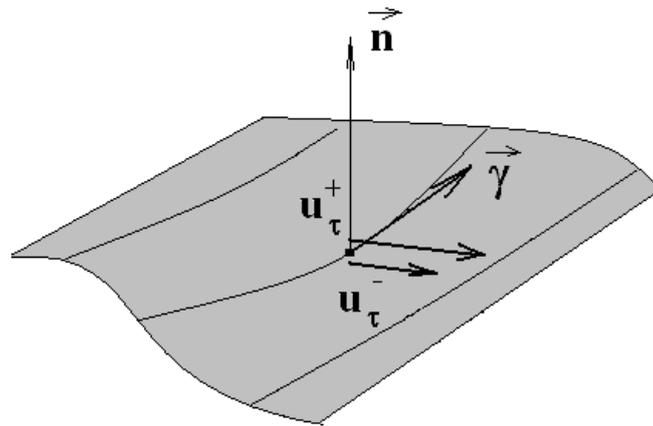
Ist die Wirbelschicht im 3D Fall eine Fläche, dann ist die Wirbelintensität der Wirbelschicht der Vektor  $\vec{\gamma}$ . Nach der Definition gilt:

$$\vec{\gamma} = \vec{n} \times (\vec{u}_\tau^+ - \vec{u}_\tau^-), \quad (6.8)$$

wobei  $\vec{u}_\tau^+$  und  $\vec{u}_\tau^-$  die Grenzwerte der tangentialen Komponente der Geschwindigkeit in einem Punkt oberhalb und unterhalb der Wirbelschicht sind.  $\vec{n}$  ist der Normalvektor zur Wirbelschicht.

Die Wirbelschicht (Abb. 6.7) kann als eine Menge von elementaren Wirbelröhren betrachtet werden, die auf einer gekrümmten Fläche liegen. Jedes Wirbelrohr hat eine lokale Wirbelstärke  $\vec{\gamma} dS$ . Die Dicke der Wirbelschicht ist Null. Die von der Wirbelschicht induzierte Geschwindigkeit ist

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\gamma} \times (\vec{x} - \vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|^3} d\vec{r} \quad (6.9)$$



**Abbildung 6.7: Wirbelschicht**

Die wichtigsten Eigenschaften der Wirbelschicht sind:

- Die normale Komponente, der von der Wirbelschicht induzierten Geschwindigkeit, ist an der Wirbelschicht stetig,

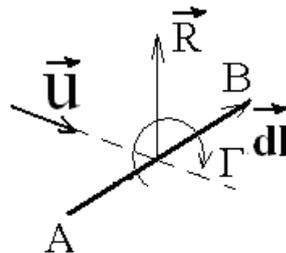
$$\vec{u}_n^+ = \vec{u}_n^- \quad (6.10)$$

- Die tangentiale Komponente, der von der Wirbelschicht induzierten Geschwindigkeit, erfährt an der Wirbelschicht einen Sprung,

$$\vec{u}_\tau^+ - \vec{u}_\tau^- = \vec{\gamma} \times \vec{n} \quad (6.11)$$

- Die von der Wirbelschicht induzierten Geschwindigkeiten sind außerhalb der Schichtkanten endlich.

#### 6.2.4 Theorem von Joukowski für einen elementaren Wirbelabschnitt



**Abbildung 6.8: Auftriebskraft an einem Wirbelabschnitt**

Nach dem Theorem von Joukowski entsteht auf einem elementaren Wirbelabschnitt die Kraft

$$\vec{R} = \rho \Gamma \vec{u} \times d\vec{l}, \quad (6.12a)$$

wobei  $\vec{u}$  die relative Geschwindigkeit ist, mit der die Strömung den Wirbel umströmt<sup>4</sup>.  $\Gamma$  ist die Wirbelzirkulation,  $d\vec{l} = \overline{AB}$  der Vektor des Wirbels (Abb. 6.8). Die am Wirbel wirkende Kraft ist in den folgenden zwei Fällen gleich Null:

- Der elementare Wirbel liegt auf einer Stromlinie  $\vec{u} \times d\vec{l} = 0$ ,
- Der Wirbel bewegt sich zusammen mit der umgebenden Flüssigkeit so, dass die Umströmungsgeschwindigkeit Null ist  $\vec{u} = 0$  oder mit anderen Worten die Anströmgeschwindigkeit der Fortschrittsgeschwindigkeit des Wirbels gleich ist.

Die Wirbel, an denen keine Kraft entsteht, heißen freie Wirbel. Die Kraft wirkt nach dem Theorem von Joukowski an einer elementaren Fläche der Wirbelschicht  $dS$ :

$$\vec{R} = \rho(\vec{u} \times \vec{\gamma})dS \quad (6.12b)$$

### 6.3 Betrachtung des mathematischen Problems für dünne Flügel unter kleinen Anstellwinkeln

Es wird ein dünnes Profil unter einem kleinen Anstellwinkel  $\alpha$  unter folgenden Annahmen betrachtet:

$$|\alpha| \approx O(\varepsilon), \quad \left| \frac{\partial y_{o,u}}{\partial x} \right| \approx O(\varepsilon), \quad \left| \frac{u_{x,y,z}}{V_\infty} \right| \approx O(\varepsilon) \quad (6.13)$$

Index „o“ steht für die obere und „u“ für die untere Seite. Die Strömung ist überall potential  $\vec{u} = \text{grad}\varphi$  und zirkulationsbehaftet. Die Undurchlässigkeitsbedingung an der Profiloberfläche lautet

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y, z) = V_\infty \left( \frac{\partial y_{o,u}}{\partial x} - \alpha \right) \quad (6.14)$$

---

<sup>4</sup> Falls der Wirbel bewegungslos ist, ist  $u$  einfach die lokale Strömungsgeschwindigkeit an der Stelle des Wirbels.

Beim Einsetzen der Ableitung  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y, z)$  in die Taylorsche Reihe bei kleinen  $y_{o,u}$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0, z) + y_{o,u} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}(x, 0, z) + O(y_{o,u}^2) \quad (6.15)$$

und gleichzeitigem Einsetzen von (6.15) in (6.14), ergibt sich nach der Vernachlässigung kleiner Werte zweiter Ordnung:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0, z) = V_\infty \left( \frac{\partial y_{o,u}}{\partial x} - \alpha \right) \quad (6.16)$$

Bei einer Dicke  $t = (y_o - y_u)$  und einer Wölbung  $f = (y_o + y_u)/2$ , entstehen die linearisierten Undurchlässigkeitsbedingungen an der oberen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0, z) = V_\infty \left( \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial x} - \alpha \right) \quad (6.17)$$

und unteren Seite

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0, z) = V_\infty \left( \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial x} - \alpha \right) \quad (6.18)$$

des Profils. Da die Laplace'sche Gleichung, die Undurchlässigkeitsbedingung und die Randbedingungen in der Unendlichkeit linear sind, zeigen die Formel (6.17) und (6.18), dass die Lösung als eine lineare Superposition von drei Lösungen dargestellt werden kann:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3. \quad (6.19)$$

Die Potentiale  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  sind aus den folgenden Randwertproblemen zu finden:

$$\Delta \varphi_1 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \nabla \varphi_1 = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}(x, 0, z) = \pm V_\infty \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial x}, \quad (6.20)$$

$$\Delta \varphi_2 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \nabla \varphi_2 = 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y}(y, 0, z) = -V_\infty \alpha, \quad (6.21)$$

$$\Delta \varphi_3 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \nabla \varphi_3 = 0, \quad \frac{\partial \varphi_3}{\partial y}(y, 0, z) = V_\infty \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (6.22)$$

Physikalisch können die verschiedenen Lösungen  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  folgendermaßen interpretiert werden (Abb. 6.9):

- $\varphi_1$  beschreibt die Umströmung eines symmetrischen Profils unter einem Anstellwinkel von 0 Grad. Dabei entsteht kein Auftrieb. Dieses Problem heißt: „Problem über Verdrängungseigenschaften des Profils“. Die Zirkulation ist überall Null.
- $\varphi_2$  beschreibt die Umströmung einer ebenen Platte unter einem Anstellwinkel  $\alpha$ .
- $\varphi_3$  beschreibt die Umströmung eines dünnen Profils mit der Form der Skelettlinie unter einem Anstellwinkel von 0 Grad.

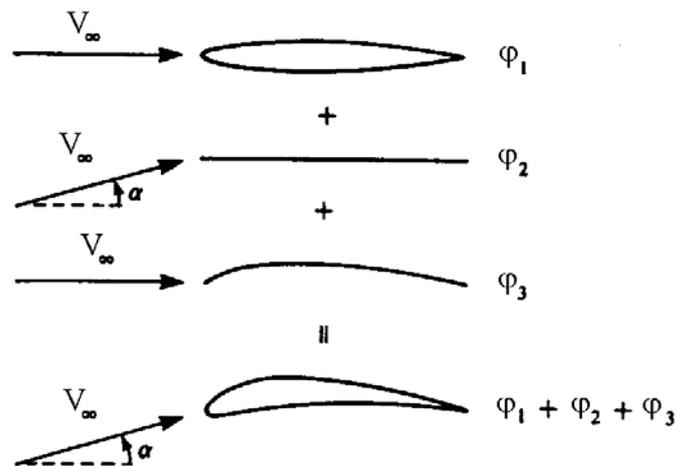
Das erste Problem hat eine analytische Lösung, die durch eine auf der Sehne gelagerte Quellschicht mit der lokalen Quellstärke  $dt/dx$  dargestellt wird.

Die Lösungen der beiden anderen Probleme  $\varphi_2 + \varphi_3$  berücksichtigen die Auftriebsfähigkeit des Profils. Im Allgemeinen können die Lösungen für  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  nur numerisch gefunden werden. Die analytischen Lösungen gibt es nur für die ebene Platte, das Kreissegment und eine begrenzte Familie von Profilen, z.B. Joukowski Profile, von Mises Profile, etc.

Die in diesem Kapitel beschriebene Aufteilung wird auch im 3D Fall benutzt. Die Formel für  $\varphi_1$  lautet im 3D Fall (siehe Kapitel 2.1 [21])

$$\varphi_1(\vec{x}) = \frac{V_\infty}{4\pi} \int_S \frac{dt/dx}{|\vec{x} - \vec{r}|} dS(\vec{r}) \quad (6.23)$$

wobei S die durch Sehnen gebildete Fläche des Flügelblattes ist. Für  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  sind im 3D Fall keine analytischen Lösungen vorhanden. Die Lösung erfolgt numerisch. Üblicherweise werden die Probleme für  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  nicht getrennt. Die Lösung wird für einen Flügel gesucht, der einen variablen, lokalen Anstellwinkel  $-\frac{\partial f}{\partial x} + \alpha$  hat. Die Undurchlässigkeitsbedingung wird auf der Fläche S erfüllt.



**Abbildung 6.9:** *Physikalische Interpretation von verschiedenen Lösungen  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$*

Die Aufteilung (6.19) wird in der Wirbeltheorie des Propellers als Tragfläche benutzt. Die integralen Kräfte und die Druckverteilung im mittleren Bereich des Flügels werden mit dieser Vereinfachung relativ genau wiedergegeben. Diese Theorie versagt aber, wenn die Druckverteilung im Bereich der Eintrittskante zur Abschätzung des Auftretens von der Kavitation erforderlich ist. Das Problem besteht darin, dass im Bereich des vorderen und hinteren Staupunktes am Profil die gestörte Geschwindigkeit gleich der Anströmgeschwindigkeit ist und die Annahme (6.14) in diesem Bereich nicht gültig ist. Dieser Nachteil lässt sich durch die Korrektur der Lösung mit der Methode der angepassten asymptotischen Entwicklung beseitigen (Abschnitt 8.7). Eine andere Alternative ist der Einsatz von modernen Paneelmethode (Kapitel 9) oder von RANS CFD Methoden (Kapitel 10).

## 6.4 Saugkraft

Die Saugkraft entsteht an der Eintrittskante als Folge des Unterdruckes. Mathematisch ist die Saugkraft dem Integral des Druckes entlang der Profilnase gleich. Wird der Profilnasenradius kleiner, nimmt die Fläche des Nasenradiusbereiches  $S$  ab und die Eintrittskante wird schärfer. Dabei wächst der Unterdruck im Bereich der Eintrittskante. Ohne Berücksichtigung der Reibung und der Kavitation können die Geschwindigkeit und der Unterdruck an der Eintrittskante theoretisch unendlich groß werden. Das Produkt des Druckes  $p$  mit der Fläche des Nasenbereiches  $S$  ist endlich  $Sp \xrightarrow{s \rightarrow 0} \text{const} = P$  und heißt Saugkraft. Die Saugkraft wirkt entlang der Sehnenrichtung und kompensiert einen Teil des Widerstandes.

Die Präsenz der Saugkraft erklärt das folgende Paradoxon. Eine hydrodynamische Kraft entsteht auf einen Körper in reibungsloser Strömung nur durch Druckwirkung

$$\vec{R} = -\oint_S p \vec{n} dS. \quad (6.24)$$

Wird die Kraft nach (6.24) auf einer ebenen Platte berechnet, ergibt sich nur die normale Komponente der Kraft  $R$  (Abb. 6.10), die eine Projektion auf die Bewegungsrichtung  $R_x = R \sin \alpha \approx R\alpha$  hat. Diese Komponente wirkt als Widerstand, was dem Theorem von Joukowski widerspricht. Im 2D Fall ist die gesamte Reaktion der Anströmgeschwindigkeit senkrecht. Der Widerstand ist im 2D Fall Null. Die Lösung des Paradoxons besteht darin, dass eine weitere Kraft, nämlich die Saugkraft, eingerechnet werden muss. Der Betrag dieser Kraft ist  $|P| = R\alpha$ , die horizontale Komponente beträgt  $P_x = -R\alpha$ , die vertikale  $P_y = R\alpha^2$ . Die vertikale Komponente der Saugkraft kann vernachlässigt werden, da sie der dritten Potenz des Anstellwinkels proportional ist

$$P_y = R\alpha^2 \approx O(\alpha^3).$$

Damit ist der Widerspruch mit dem Joukowski Theorem beseitigt:

$$R_x + P_x = 0, \quad R_y + P_y = \rho V_\infty \Gamma.$$

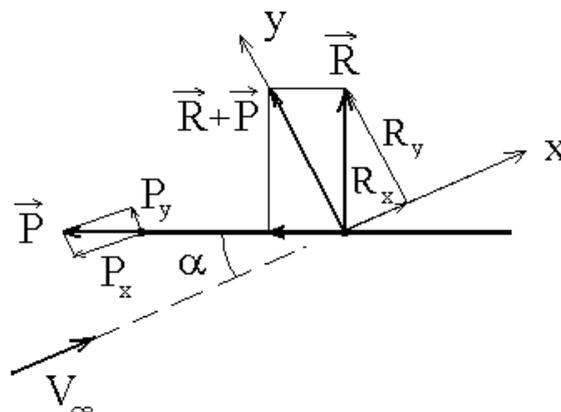
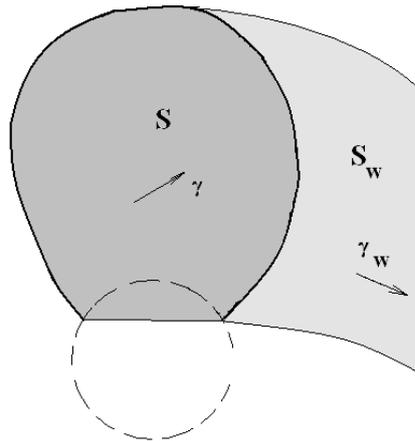


Abbildung 6.10: Saugkraft

## 6.5 Wirbelmodell des Propellers bei stationären Betriebszuständen

Jedes Propellerblatt wird als eine infinitesimal dünne Fläche  $S$ , die durch Profilsehnen gebildet wird, betrachtet (Abb. 6.11). Diese Annahme ist im Einklang mit der Realität, da die relative Dicke der Propellerprofile zwischen 2 % und 20 % liegt. Da die Anstellwinkel und die Wölbung auch klein sind, gelten die Annahmen (6.13) und die im Abschnitt 6.3 beschriebene Aufteilung.

Am Propellerblatt, in allen Punkten der infinitesimal dünnen Fläche, ist sowohl der Drucksprung, als auch der Sprung der tangentialen Geschwindigkeitskomponente vorhanden. Die normale Geschwindigkeitskomponente ist dabei stetig. Das heißt, dass die Wirkung der Propellerblätter auf die Anströmung durch eine Wirbelschicht mit der Vektorintensität  $\vec{\gamma}$  modelliert werden kann. Der Vektor  $\vec{\gamma}$  liegt in der Ebene des Propellerblattes (Abb. 6.11). Die Nabe wird allerdings nicht im Rahmen der Wirbeltheorie modelliert.



**Abbildung 6.11: Wirbelmodell eines Propellerblattes**

Die Wirbelschlepe des Propellers bei stationären Betriebsbedingungen besteht aus freien Wirbellinien die mit den Stromlinien zusammenfallen. Auf der Wirbelschlepe findet auch der Sprung der tangentialen Geschwindigkeitskomponenten statt, während die normale Komponente stetig ist. Das heißt, dass auch die Wirbelschlepe des Blattes durch eine Wirbelschicht mit der Vektorintensität  $\vec{\gamma}_w$  dargestellt werden kann. Die Vektorintensität  $\vec{\gamma}_w$  ist sowohl zur Fläche  $S_w$  als auch zur Geschwindigkeit der Strömung tangential

$$\vec{\gamma}_w \times \vec{u} = 0. \quad (6.25)$$

Laut dem Theorem von Joukowski (6.12b) entsteht dann keine Kraft auf der Wirbelschleppenoberfläche. Sie ist eine freie Grenze der Strömung und wird durch eine Menge von Stromlinien gebildet.

Im Gegensatz dazu, soll an der Blattfläche  $S$  die Komponente der Intensität  $\vec{\gamma}$  existieren, die einen bestimmten Winkel mit dem lokalen Vektor  $\vec{u}$  bildet  $\vec{\gamma} \times \vec{u} \neq 0$  und laut (6.12b) eine Kraft erzeugt. Die Wirbel, die diese Wirbelschicht bilden, heißen gebundene Wirbel. Die gebundenen Wirbel sind mit dem Propellerblatt fest gebunden und schreiten mit ihm zusammen fort. Die freien Wirbel bewegen sich zusammen mit der Strömung. Die Vektorintensität  $\vec{\gamma}_w$  beinhaltet nur die freien Wirbel, während  $\vec{\gamma}$

sowohl die gebundenen als auch die freien Wirbel beinhaltet. An der Austrittskante sind die Vektorintensitäten angepasst

$$\vec{\gamma}_w = \vec{\gamma} \quad (6.26)$$

Mit anderen Worten ist die Vektorintensität an der Austrittskante sowohl nach dem Betrag als auch nach der Richtung stetig.

Die Wirbelschlepe ist instabil und rollt sich, mit der Bildung des Randwirbels an der Blattspitze und des Nabenwirbels im Bereich der Wurzelschnitte des Propellers, auf. Der Aufrollvorgang ist für den stark<sup>5</sup> belasteten Propeller von Bedeutung. Die nichtlineare Wirbeltheorie, in der man die Lage der Wirbelschlepe aus der Gleichung (6.25) berechnet, wird in Abschnitt 8.3 erläutert.

Für schwach und mäßig belastete Propeller werden der Aufrollvorgang und die Deformation der Wirbelschlepe im Rahmen der Wirbeltheorie des Propellers vernachlässigt. Für schwach belastete Propeller wird die Lage der Wirbelschlepe vorgegeben. Sie liegt auf der Schraubenfläche, die eine vorgegebene Steigung besitzt. Es wird damit angenommen, dass die vom Propeller und der Wirbelschlepe induzierten Geschwindigkeiten keinen Einfluss auf die Bahn der Wirbellinien hinter dem Propeller ausüben. Das gesamte Wirbelsystem eines Propellers wird in Abb. 6.12 gezeigt. Für mäßig belastete Propeller hat die Wirbelschlepe die Steigung

$$P(r) = 2\pi r \tan \beta_t = 2\pi r \frac{V_A + w_{xI}(r)}{\Omega r - w_{gI}(r)},$$

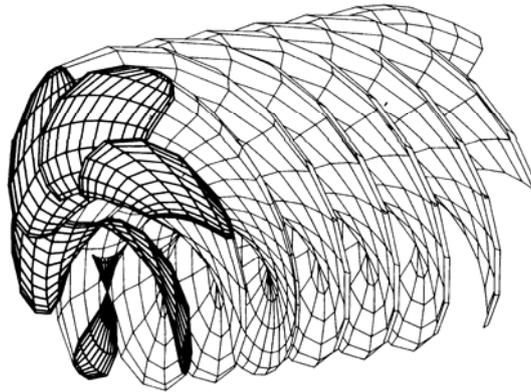
die von der Lösung abhängig ist. Das heißt, das

Problem ist mathematisch nichtlinear. Es gibt Tragflächenmodelle, in denen die Lage der Wirbelschlepe aus dem Vergleich zwischen den Messungen und den Berechnungen angepasst wird [20].

Zusätzlich zu den Wirbelschichten  $S$  und  $S_w$  soll die Quellschicht mit der Stärke  $dt/dx$  auf der Fläche  $S$  aufgebracht werden, um Verdrängungseffekte an den Propellerblättern in Betracht zu ziehen.

---

<sup>5</sup> Die Schraube ist schwach belastet, wenn der Schubbelastungsgrad bis ca.1.0 ist. Die Schraube ist mäßig belastet, wenn der Schubbelastungsgrad ungefähr zwischen 1.0 und 2.0 liegt. Falls der Schubbelastungsgrad größer als 2 ist, gehört der Propeller zu den stark belasteten.



**Abbildung 6.12: Wirbelmodell eines Propellers(entnommen aus [6])**

Die Strömung wird außerhalb der Flächen  $S$  und  $S_w$  als wirbelfrei behandelt.

Die Wirbeltheorie des Propellers hat die folgenden Nachteile und Schwierigkeiten:

- Die Lösung ist im Bereich der Ein- und Austrittskante ungenau. Der Grund wurde im Abschnitt 6.3 erläutert. Dieser Nachteil kann durch eine spezielle Korrektur der Lösung an der Eintrittskante überwunden werden<sup>6</sup>. Die Ungenauigkeit an der Austrittskante spielt dabei keine große Rolle.
- Die Lösung ist ungenau, wenn die Profildicke groß ist ( $\bar{t} > 15\%$ ). Dieser Nachteil ist nur durch den Einsatz der Paneelmethoden zu überwinden.
- Die Lösung ist ungenau, weil die Nabe nicht richtig berücksichtigt wird. Hierbei wird eine spezielle Korrektur (Abschnitt 8.7) benutzt oder die Paneelmethode eingesetzt.
- Die Saugkraft wird extra berechnet. Die Methoden zur Abschätzung der Saugkraft sind problematisch (Abschnitt 8.8). Dieses Problem tritt bei Paneelmethoden nicht auf.
- Die Wirbelschleppenform wird oft vorgegeben, wodurch die Lösung für stark belastete Propeller ungenau ist. Um diesen Nachteil zu beseitigen, sind nichtlineare Wirbelmodelle anzuwenden (Abschnitt 8.3). Eine stabile numerische Lösung ist in diesem Fall sehr problematisch (Abschnitt 8.3).
- Die Strömung ist wirbelfrei, während der Nachstrom wirbelbehaftet ist.
- Die Reibung wird nicht berücksichtigt.

---

<sup>6</sup> oder durch den Einsatz von Paneelmethoden

Die letzten zwei Nachteile können nur durch den Einsatz von CFD RANS oder LES Methoden beseitigt werden.

## Übungen

1. Berechnen Sie die induzierte Geschwindigkeit eines halbinendlichen Wirbelstrahls im Punkt O (0, 0, 0) (Abb. 6.4).
2. Berechnen Sie die Komponenten des Vektors  $\vec{\gamma}$  für die Wirbelschicht, die in der Ebene  $y=0$  liegt. Die Geschwindigkeit hat die Komponenten  $\vec{u}_z^{+-}$  und  $\vec{u}_x^{+-}$ .
3. Schreiben Sie die Formel (6.9) für die Wirbelschicht, die in der Ebene  $y=0$  liegt.



## 7. Traglinientheorie des Propellers

### 7.1 Wirbelmodell

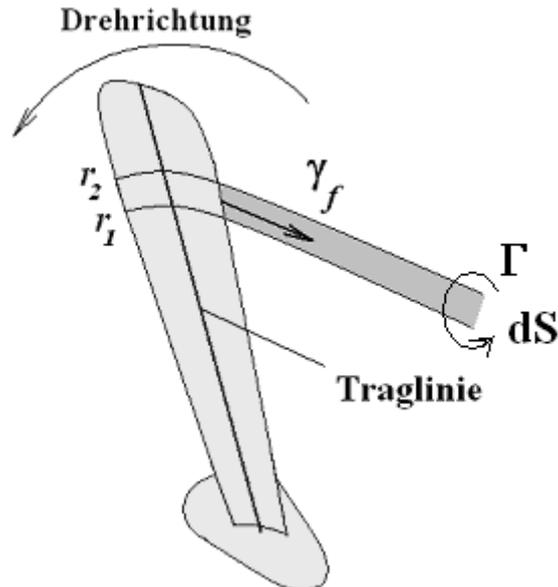


Abbildung 7.1: Wirbelmodell eines Blattes

Im Rahmen der Traglinientheorie wird jedes Propellerblatt als ein tragender gerader Wirbel betrachtet. Die Zirkulation des Wirbels  $\Gamma(r)$  verändert sich entlang des Radius. Die Änderung der Zirkulation zwischen den Querschnitten bei  $r=r_1$  und  $r=r_2$  wird durch Erzeugung der zur Traglinie senkrechten Wirbelintensität  $\gamma_f$  begleitet, die eine Wirbelschicht oder eine Wirbelschlepe bildet (Abb. 7.1).

Die Entstehung der Wirbelschicht bei einer, entlang der Spannweite veränderlichen Zirkulation, kann am Beispiel eines Flügels gezeigt werden. Nach der Definition ist die Zirkulation in einem Querschnitt  $z=z_0$  eines dünnen Flügels (Abb. 7.2)

$$\Gamma = \int_C \vec{u} d\vec{l} = \int_{-b}^0 u_x^+ dx + \int_0^{-b} u_x^- dx = \int_{-b}^0 (u_x^+ - u_x^-) dx \quad (7.1)$$

wobei  $\vec{u}^\pm$  die Grenzwerte der Geschwindigkeit über und unter dem Flügel sind. Aufgrund der Undurchlässigkeitsbedingung hat der Vektor der Wirbelintensität  $\vec{\gamma} = (\vec{u}^- - \vec{u}^+) \times \vec{n}$  am Flügel nur zwei Komponenten  $\gamma_x = u_z^- - u_z^+$  und  $\gamma_z = u_x^+ - u_x^-$ . Diese erfüllen die folgenden Divergenzfreiheitsbedingungen

$$\frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z}{\partial z} = 0 \quad (7.2)$$

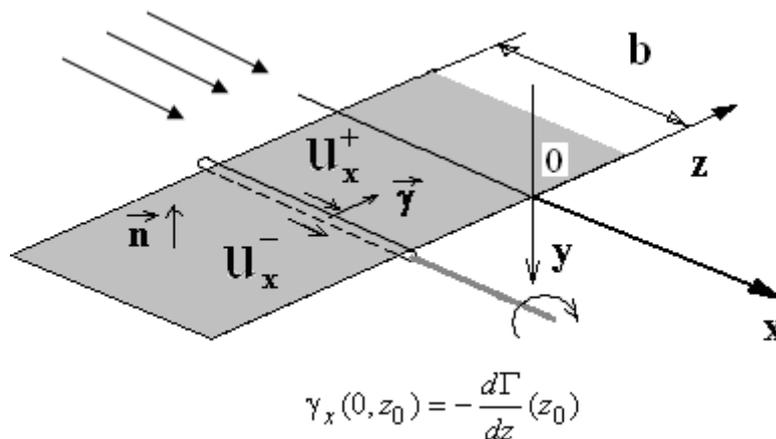
Wird (7.1) nach  $z$  abgeleitet, ergibt sich mit Berücksichtigung von (7.2)

$$\frac{d\Gamma}{dz}(z_0) = \int_{-b}^0 \frac{\partial \gamma_z}{\partial z} dx = - \int_{-b}^0 \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} dx = -\gamma_x(0, z_0) + \gamma_x(-b, z_0) \quad (7.3)$$

Die Wirbelintensität an der Eintrittskante fehlt:  $\gamma_x(-b, z_0) = 0$ , da sonst die Wirbellinien gegen die Anströmung aus der Eintrittskante heraus fließen würden, was den physikalischen Beobachtungen widerspricht. Aus (7.3) folgt

$$\gamma_x(0, z_0) = -\frac{d\Gamma}{dz}(z_0) \quad (7.4)$$

Also wird die Änderung der Zirkulation entlang des Blattes durch Bildung von freien Längswirbeln begleitet.



**Abbildung 7.2: Zur Erklärung der Entstehung der Wirbelschleppe nach einem 3D-Flügel**

Im Rahmen der Traglinien nimmt die Bedingung (7.4) die folgende Form an:

$$\gamma_f(0, r_0) = -\frac{d\Gamma}{dr}(r_0) \quad (7.5)$$

Die Rolle der  $z$ -Koordinate übernimmt die radiale Koordinate  $r$ . Die Traglinie liegt in der Ebene  $x=0$ . Die vom Propellerblatt abfließenden Wirbellinien mit der Stärke  $\gamma_f(0, r_0)$  werden hinter dem Propeller als reguläre Wirbelfäden betrachtet, die eine Schraubenfläche mit einer konstanten Steigung bilden. Für schwach belastete Propeller ist die Steigung gleich  $\frac{2\pi V_A}{\Omega}$ . Jede Linie, die das Blatt bei  $r = r_0$  verlässt, ist

eine Schraubenlinie mit einer in die Strömungsrichtung konstanten Steigung  $\frac{2\pi V_A}{\Omega}$ .

Für mäßig belastete Propeller ist die Steigung von den induzierten Geschwindigkeiten abhängig. Dieser Fall wird in Abschnitt 7.4 betrachtet. Die Kontraktion der Schraubenfläche, die durch Kontraktion des Schraubenstrahls auftritt, wird vernachlässigt. Diese Vereinfachung ist akzeptabel für schwach und mäßig belastete Propeller, die die Mehrzahl aller Schrauben bilden.

Der Vektor der Wirbelschichtstärke  $\vec{\gamma}_f$  ist in jedem Punkt zur Wirbellinie tangential. Sein Betrag bleibt entlang der Linie konstant. Dies folgt aus dem Helmholtz'schen Theorem, nach dem die Stärke eines Wirbelrohres in der reibungslosen Strömung entlang des Rohres konstant bleibt  $\Gamma = const$ . Wird das Wirbelrohr als eine Menge der benachbarten Wirbellinien der Wirbelschleife betrachtet, dann ist die Stärke des Wirbelrohres  $\Gamma = \gamma_f dS$  (Abb. 7.1). Da die Wirbellinien der Wirbelschleife äquidistant sind, bleibt  $dS$  in Strömungsrichtung auch konstant. Daraus folgt, dass  $\gamma_f$  entlang der Wirbellinie konstant ist  $\gamma_f = \gamma_f(0, r_0)$ .

Wenn die Steigung der Wirbellinie für schwach belastete Propeller  $\frac{2\pi V_A}{\Omega}$  ist, liegt der Vektor  $\vec{\gamma}_f$  nicht auf den wirklichen Stromlinien, sondern auf den ungestörten Stromlinien. Nach dem Theorem von Joukowski (6.12) entsteht dann eine hydrodynamische Kraft auf der Wirbelschicht  $\vec{\gamma}_f$ . Die Wirbelschleife ist keine freie Wirbelschicht, was auch nicht dem realen physikalischen Bild entspricht. Dieser Widerspruch ist aber nicht kritisch, da die Traglinie für schwach und mäßig belastete Schrauben benutzt wird. Für diese sind die induzierten Geschwindigkeiten gegenüber den Anströmgeschwindigkeiten klein und der Winkel zwischen den ungestörten Stromlinien und den wirklichen Stromlinien gering. Dadurch ist die falsch entstehende hydrodynamische Kraft an der Wirbelschleife auch sehr gering.

Das Wirbelmodell der Traglinientheorie für die gesamte Schraube wird in Abb. 7.3 dargestellt.

Es wird angenommen, dass die Strömungen in den verschiedenen Querschnitten entlang des Radius lokal zweidimensional sind. Mit anderen Worten wird jedes Blattprofil so umströmt als ob es ein Teil des Flügels unendlicher Spannweite ist. Die dreidimensionalen Effekte werden durch die Anströmgeschwindigkeit  $V_R$ , die in jedem Querschnitt unterschiedlich ist, in Betracht gezogen.

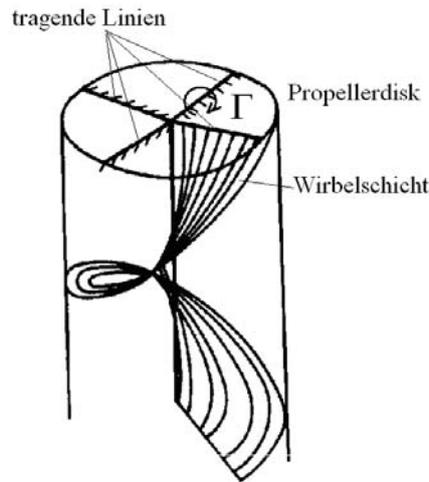


Abbildung 7.3 Wirbelmodell der Traglinientheorie

Die Anströmgeschwindigkeit kann unter Berücksichtigung des Nachstroms berechnet werden. In diesem Kapitel wird nur die stationäre Traglinientheorie vermittelt. Die Geschwindigkeiten des Nachstromfeldes werden entlang der Umfangsrichtung gemittelt, wobei die Ungleichförmigkeit in Umfangsrichtung und die damit bedingten instationären Vorgänge nicht betrachtet werden. Weiterhin wird angenommen, dass die Strömung potential ist, während die Tatsache, dass das Nachstromfeld in der Wirklichkeit wirbelbehaftet ist, vernachlässigt wird. Die Geschwindigkeiten des Nachstromes können zu den Geschwindigkeiten  $V_A$  und  $\Omega r$  addiert werden.

## 7.2 Induzierte Geschwindigkeiten

Die von dem Wirbelsystem (Abb. 7.3) eines schwach belasteten Propellers<sup>7</sup> induzierte Geschwindigkeit wird aus der Formel von Bio-Savart (6.5) berechnet (siehe [4], [11] und [16]):

$$w_x(x, r, \vartheta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \Gamma(r') \frac{r \sin(\vartheta - \chi_k)}{S_{1k}^3} dr' - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \frac{d\Gamma(r')}{dr'} \int_0^\infty \frac{r' - r \cos(\vartheta - \vartheta' - \chi_k)}{S_{2k}^3} d\vartheta' dr'; \quad (7.6)$$

$$w_\vartheta(x, r, \vartheta) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \Gamma(r') \frac{x \cos(\vartheta - \chi_k)}{S_{1k}^3} dr' - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \frac{d\Gamma(r')}{dr'} r' \int_0^\infty \frac{\tan \beta(r') [r - r' \cos(\vartheta - \vartheta' - \chi_k)] - (x - r' \vartheta' \tan \beta) \sin(\vartheta - \vartheta' - \chi_k)}{S_{2k}^3} d\vartheta' dr'; \quad (7.7)$$

<sup>7</sup> Die Steigung der Schraubenfläche der Wirbelschicht ist gleich  $2\pi V_A / \Omega$ .

$$\begin{aligned}
 w_r(x, r, \vartheta) = & -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \Gamma(r') \frac{x \sin(\vartheta - \chi_k)}{S_{1k}^3} dr' \\
 & - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^{Z-1} \int_0^R \frac{d\Gamma(r')}{dr'} r' \int_0^\infty \frac{(x - r' \vartheta' \tan \beta(r')) \cos(\vartheta - \vartheta' - \chi_k) - r' \tan \beta(r') \sin(\vartheta - \vartheta' - \chi_k)}{S_{2k}^3} d\vartheta' dr';
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

wobei

$$S_{1k} = [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\vartheta - \chi_k) + x^2]^{1/2}$$

und

$$S_{2k} = [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\vartheta - \vartheta' - \chi_k) + (x - r' \vartheta' \tan \beta)^2]^{1/2}$$

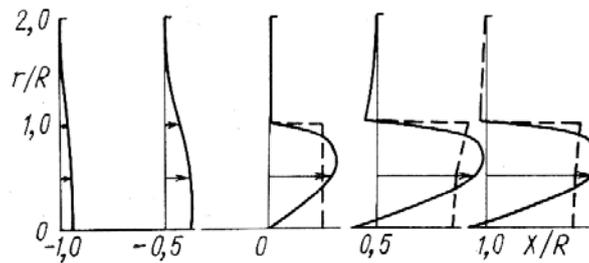
sind. Hier  $r$  ist der Abstand von der Propellerachse,  $x$  ist die axiale Koordinate und  $\vartheta$  ist die Winkelkoordinate. Die ersten Glieder in (7.6) - (7.8) entsprechen den von den gebundenen Traglinienwirbeln induzierten Geschwindigkeiten. Das zweite Glied beschreibt jeweils die von den Wirbelschraubenflächen induzierten Geschwindigkeiten.

Die induzierten Geschwindigkeiten haben folgende Eigenschaften:

- i. Die von den gebundenen Traglinienwirbeln induzierten Geschwindigkeiten sind in den folgenden Punkten gleich Null
  - in den Punkten auf den Traglinien
  - in den Punkten in der Mitte zwischen den Traglinien
  - in großer Entfernung von der Schraube
- ii. Die von der Wirbelschleife induzierten Umfangs- und Axialgeschwindigkeiten sind im gleichen Abstand zur Schraubenachse auf den Traglinien halb so groß, wie die induzierten Geschwindigkeiten in großer Entfernung von der Schraube.
- iii. In großer Entfernung von der Schraube ist die Strömung zweidimensional und hängt nur von zwei Variablen  $r$  und  $\xi = \vartheta - \Omega x / V_A$  ab.
- iv. In den Punkten auf den Traglinien ist der Vektor der induzierten Geschwindigkeit senkrecht zur Fläche der Wirbelschicht (Wirbelschraubenfläche).
- v. Die induzierte Geschwindigkeit kann in der Nähe einer Wirbelschraubenlinie als Summe von zwei Anteilen dargestellt werden. Der erste Anteil ist regulär, während der zweite singular ist. Der singuläre Anteil kann seinerseits in die beiden folgenden Teile gegliedert werden. Der erste Teil entspricht der singulären Geschwindigkeit, die von einem tangentialen, geraden Wirbel zur

Schraubenlinie induziert wird. Der zweite singuläre Teil hat eine logarithmische Singularität und ist proportional zur Krümmung der Schraubenlinie.

- vi. Die entlang der Umfangsrichtung gemittelten Geschwindigkeiten sind in Abb. 7.4 dargestellt. Außerhalb des Propellerstrahles sind die induzierten Geschwindigkeiten kaum von der Zirkulationsverteilung abhängig.



**Abbildung 7.4: Verteilung der entlang der Umfangsrichtung gemittelten axialen Geschwindigkeit. Durchgezogene Linie: variable Zirkulationsverteilung, Strichlinie: konstante Zirkulationsverteilung**

Die Eigenschaften (i) und (v) werden benutzt, um die Berechnung von induzierten Geschwindigkeiten in den Punkten der Traglinien zu erleichtern. Laut der Eigenschaft (i) können bei der Berechnung der Geschwindigkeiten entlang der Traglinien nur die freien halbunendlichen Schraubenwirbel betrachtet werden. Die Eigenschaft (v) wird in den von Kawada und Moriya eingeführten sogenannten Induktionsfaktoren  $i_a$  (a - axiale Richtung) und  $i_t$  (t - Umfangsrichtung) berücksichtigt. Physikalisch stellt ein Induktionsfaktor das Verhältnis der Geschwindigkeit, die von einer halbunendlichen Schraubenlinie induziert wird, zur Hälfte der Geschwindigkeit, die von einem allseitig ausgedehnten geraden Wirbel induziert wird, dar. Der gerade Wirbel wird so positioniert, dass er zur Traglinie der entsprechenden Schraubenlinie tangential ist. Mit Hilfe der Induktionsfaktoren können die induzierten Axial- und Umfangsgeschwindigkeiten in den Punkten der Traglinie in folgender Form geschrieben werden

$$w_{x1}(r) = -\frac{1}{4\pi} v.p. \int_0^R \frac{d\Gamma}{dr'} \frac{i_a}{r-r'} dr', w_{\theta1}(r) = -\frac{1}{4\pi} v.p. \int_0^R \frac{d\Gamma}{dr'} \frac{i_t}{r-r'} dr'. \quad (7.9)$$

Hier bedeutet v.p. Value Principle Integral (Cauchy integral).

Für  $i_a$  und  $i_t$  gilt die folgende Relation

$$i_t = i_a \tan \beta - Z(r'/r-1) \quad (7.10)$$

Für die Induktionsfaktoren in die Umfangsrichtung ist die folgende Formel bekannt:

$$i_t = \begin{cases} Z(1-r'/r)(1+2\mu'ZF_{1,2}), & r > r', \\ 2Z^2(1-r'/r)\mu'F_{1,2}, & r < r', \end{cases} \quad (7.11)$$

wobei

$$F_{1,2} = \frac{\text{sign}(r-r')}{2Z\mu'} \left(\frac{u'}{u}\right)^{1/2} \left[ \frac{1}{\nu-1} - \frac{\text{sign}(r-r')}{24Z} \left( \frac{9\mu'^2+2}{u'^3} + \frac{3\mu^2-2}{u^3} \right) \ln\left(1 + \frac{1}{\nu-1}\right) \right],$$

$$u = \sqrt{1+\mu^2}; \quad u' = \sqrt{1+\mu'^2}; \quad \nu = \left( \frac{u-1}{\mu} \frac{\mu'}{u-1} \right)^{Z\text{sign}(r-r')} \exp[z|u-u'|], \quad \mu = \frac{\Omega r}{V_A}, \quad \mu' = \frac{\Omega r'}{V_A}.$$

### 7.3 Berücksichtigung der Nabe

Die Nabe kann als ein allseitig ausgedehnter Zylinder mit dem Radius  $r_H$  modelliert werden. Die Formel für die an der Traglinie induzierten Geschwindigkeiten lautet in diesem Fall:

$$w_{x1}(r) = -\frac{1}{4\pi} v.p. \int_{r_H}^R \frac{d\Gamma}{dr'} \frac{i'_a}{r-r'} dr', \quad w_{\theta1}(r) = -\frac{1}{4\pi} v.p. \int_{r_H}^R \frac{d\Gamma}{dr'} \frac{i'_t}{r-r'} dr' - \frac{Z\Gamma(r_H)}{4\pi r}. \quad (7.12)$$

$$i'_t = i'_a \tan \beta - Z(r'/r-1) \quad (7.13)$$

$$i'_t = i_t - z \left(1 - \frac{r'}{r}\right) \sqrt[4]{\frac{1+\mu'^2}{\mu^2}} \left[ 1 - \frac{1}{1 - \exp[-z(y+y'-2y_H)]} \right],$$

$$y_H = \sqrt{1+\mu_H^2} - \frac{1}{2} \ln(\sqrt{1+\mu_H^2} + 1) + \frac{1}{2} \ln(\sqrt{1+\mu_H^2} - 1), \quad \mu_H = \frac{\Omega r_H}{V_A}$$

### 7.4 Mäßig belastete Propeller

Für mäßig belastete Propeller besteht eine Abhängigkeit zwischen der Steigung der Schraubenfläche der freien Wirbelschicht und den induzierten Geschwindigkeiten wie folgt:

$$P(r') = 2\pi r' \tan \beta_1 = 2\pi r' \frac{V_A + w_{x1}(r')}{\Omega r' - w_{\theta1}(r')} \quad (7.14)$$

Wie zu sehen ist, ändert sich die Steigung entlang des Radius. Der Vektor der induzierten Geschwindigkeit steht in diesem Fall nicht senkrecht zur

Wirbelschraubenfläche. Die Formeln (7.6) - (7.13) sind in diesem Fall gültig, wenn statt des Fortschrittswinkels  $\beta$  der hydrodynamische Fortschrittswinkel  $\beta_t$ , sowie statt  $V_A$  und  $\Omega r$  entsprechend  $V_A + w_{x1}(r')$  und  $\Omega r - w_{g1}(r')$  eingesetzt werden.

## 7.5 Verteilung der Zirkulation entlang des Radius

Die Formel (7.12) kann in dimensionsloser Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{w_{x1}(x)}{V_A} &= -\frac{1}{1-\bar{r}_H} \int_{-1}^1 \frac{dG_A}{dx'} \frac{i'_a}{x-x'} dx'; \\ \frac{w_{g1}(x)}{V_A} &= -\frac{1}{1-\bar{r}_H} \int_{-1}^1 \frac{dG_A}{dx'} \frac{i'_t}{x-x'} dx' - \frac{zG_A(-1)}{2\bar{r}} \end{aligned} \quad (7.15)$$

wobei  $x = \frac{2\bar{r}-1-\bar{r}_H}{1-\bar{r}_H}$ ,  $\bar{r}_H = \frac{r_H}{R}$ ,  $G_A = \frac{\Gamma}{\pi D V_A}$  sind. Der Wert  $x = -1$  entspricht dem Nabenradius ( $x = -1, \bar{r} = \bar{r}_H$ ) während die Blattspitze durch  $x = 1$  ( $x = 1, \bar{r} = 1$ ) dargestellt wird.

Die radiale Ableitung der dimensionslosen Zirkulation kann durch eine Reihe von orthogonalen Jacobi Polynomen dargestellt werden:

$$\frac{dG_A(x)}{dx} = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta \sum_{n=0}^M a_n P_n^{(\alpha,\beta)}(x). \quad (7.16)$$

Die Verteilung (7.16) ermöglicht eine korrekte Berechnung der Integrale (7.15) als Cauchy Integrale. Die Ableitung  $\frac{dG_A}{dx}$  an der Blattspitze ist entweder unendlich groß (genau wie bei einem Flügel) oder gleich Null, d.h.

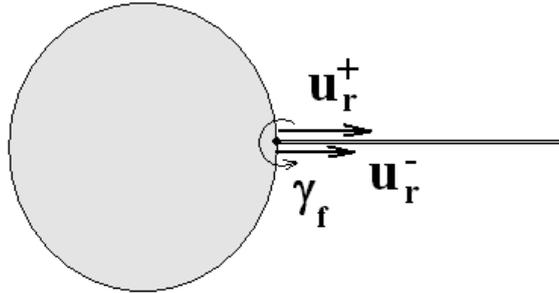
$$\frac{dG_A}{dx} = \infty, x = 1, \quad (7.17)$$

$$\text{oder } \frac{dG_A}{dx} = 0, x = 1 \quad (7.18)$$

An der Nabe gilt die folgende Bedingung:

$$\frac{dG_A}{dx} = 0, x = -1 \quad (7.19)$$

Die Bedingung (7.19) folgt aus der Undurchlässigkeitsbedingung an der Nabenoberfläche im Übergangsbereich (Abb.7.5).



**Abbildung 7.5: Zur Erklärung der Bedingung an der Nabe**

Da nach der Undurchlässigkeitsbedingung beide Geschwindigkeiten  $u_r^+$  und  $u_r^-$  an der Nabenoberfläche Null sind, ist auch die Wirbelintensität der an der Nabe liegenden Wirbellinie Null,  $\gamma_f = u_r^+ - u_r^- = 0$ . Aus (7.5) folgt dann, dass  $\frac{d\Gamma}{dr} = 0$  und (7.19) an der Nabe gültig ist.

Der Bedingung (7.17) entspricht die folgende Verteilung der Ableitung:

$$\frac{dG_A(x)}{dx} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \sum_{n=0}^M a_n P_n^{(-1/2, 1/2)}(x) = \frac{1}{\sin \vartheta / 2} \sum_{n=0}^M a_n' \cos \frac{2n+1}{2} \vartheta, \quad (7.20)$$

wobei  $\vartheta = \arccos x$  ist, während die Verteilung nach der Bedingung (7.18) wie folgt aussieht:

$$\frac{dG_A(x)}{dx} = \sqrt{1-x^2} \sum_{n=0}^M a_n P_n^{(1/2, 1/2)}(x) = \sum_{n=0}^M a_n' \sin(n+1) \vartheta. \quad (7.21)$$

Die entsprechenden Verteilungen der Zirkulation entlang des Radius lauten:

für (7.17)

$$\begin{aligned}
 G_A(x) &= -a_0(\sqrt{1-x^2} + \arccos x) - \frac{1}{2}(1-x)^{1/2}(1+x)^{3/2} \sum_{n=1}^M \frac{a_n}{n} P_{n-1}^{(1/2,3/2)}(x) = \\
 &= -\frac{a_0'}{4}(\sin \vartheta + \vartheta) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^M a_n' \left[ \frac{\sin(n+2)\vartheta}{n} + \frac{\sin n\vartheta}{n} \right]
 \end{aligned} \tag{7.22}$$

und für (7.18)

$$\begin{aligned}
 G_A(x) &= -\frac{a_0}{2}(\arccos x - x\sqrt{1-x^2}) - \frac{1}{2}(1-x^2)^{3/2} \sum_{n=1}^M \frac{a_n}{n} P_{n-1}^{(3/2,3/2)}(x) = \\
 &= \frac{a_0}{4}(\sin 2\vartheta - 2\vartheta) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^M a_n' \left[ \frac{\sin(n+2)\vartheta}{n+2} - \frac{\sin n\vartheta}{n} \right]
 \end{aligned} \tag{7.23}$$

## 7.6 Gleichung der Traglinientheorie für einen Propeller

Das Theorem von Joukowski (6.12a), geschrieben für ein Stück der Traglinie, lautet:

$$dA = \rho V_R \Gamma dr \tag{7.24}$$

wobei:  $V_R = \sqrt{(V_A + w_{x1})^2 + (\Omega r - w_{\vartheta 1})^2}$  die resultierende Anströmgeschwindigkeit und  $b$  die Profiltiefe ist.

Andererseits kann der Auftrieb durch den Auftriebsbeiwert ausgedrückt werden:

$$dA = \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_A b dr, \tag{7.25}$$

wobei  $b$  die Profiltiefe ist.

Beim Vergleich von (7.24) und (7.25) ergibt sich der Zusammenhang:

$$\Gamma(r) = \frac{1}{2} C_A V_R b \tag{7.26}$$

Für den Auftrieb wird die lineare Abhängigkeit vom Anstellwinkel  $\alpha$  angenommen:

$$C_A = \frac{dC_A}{d\alpha} (\varphi - \beta_l + \alpha_0) \tag{7.27}$$

Die Bezeichnungen für  $\varphi$ ,  $\beta_l$  und  $\alpha_0$  sind in Abb. 1.25 zu sehen.

Setzt man (7.27) in (7.26) ein, ergibt sich die Gleichung der Traglinientheorie:

$$G_A(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{dC_A}{d\alpha} \frac{b}{D} \bar{v}_R \left[ \varphi - \beta - \frac{w_1(x)}{V_R} + \alpha_0 \right], \quad (7.28)$$

wobei:  $\bar{v}_R = \frac{V_R}{V_A}$  die resultierende Geschwindigkeit und:

$$\frac{w_1(x)}{V_R} = -\frac{1}{\bar{v}_R (1 - \bar{r}_H)} \int_{-1}^1 \frac{dG_A}{dx'} (i'_t \sin \beta_1 - i'_a \cos \beta_1) \frac{dx'}{x - x'} - z G_A(\bar{r}_H) \frac{\sin \beta_1}{2 \bar{r} \bar{v}_R} \quad (7.29)$$

die dimensionslose induzierte Abwindgeschwindigkeit im Punkt  $x$  an der Traglinie ist.

Die Steigung des Auftriebsbeiwertes  $\frac{dC_A}{d\alpha}$  und  $\alpha_0$  werden als bekannte Größen betrachtet. Sie können beispielsweise mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Paneelmethode berechnet werden. Den hydrodynamischen Fortschrittswinkel findet man aus den Gleichungen:

$$\beta_1 = \arctan \left[ \frac{V_A + w_{x1}(r')}{\Omega r - w_{y1}(r')} \right] \quad (\text{für mäßig belastete Propeller}), \quad (7.30)$$

$$\beta_1 \approx \beta = \arctan \left( \frac{V_A}{\Omega r} \right) \quad (\text{für schwach belastete Propeller}). \quad (7.31)$$

Wie aus (7.30) zu sehen ist, hängt  $\beta_1$  für mäßig belastete Propeller von der gesuchten Funktion  $G_A(x)$  ab. Die induzierte Abwindgeschwindigkeit, sowie die resultierende Geschwindigkeit  $\bar{v}_R = \frac{V_R}{V_A}$  haben eine komplizierte nichtlineare Abhängigkeit von der gesuchten Funktion  $G_A(x)$ .

Die dimensionslose Zirkulation  $G_A(x)$  und ihre Ableitung  $\frac{dG_A}{dx'}$  werden in den Gleichungen (7.28) und (7.29) in der Form (7.20) bis (7.23) dargestellt. Damit werden die Koeffizienten  $a'_n$  weiterhin als Unbekannte betrachtet. Das System (7.28), (7.29) und (7.30) für mäßig belastete oder (7.28), (7.29) und (7.31) für schwach belastete Propeller wird mit der Iterationsmethode numerisch gelöst.

## 7.7 Berechnung des Schubes und des Drehmomentes

Nach dem Theorem von Joukowski (6.12) können der Schub und das Moment ohne Berücksichtigung der Reibung folgendermaßen berechnet werden:

$$\begin{aligned} T &= \rho z \int_{r_H}^R \Gamma V_R \cos \beta_1 dr = \rho z \int_{r_H}^R \Gamma (\Omega - w_{\theta 1}) dr, \\ Q &= \rho z \int_{r_H}^R \Gamma V_R r \sin \beta_1 dr = \rho z \int_{r_H}^R \Gamma r (V_A + w_{x1}) dr \end{aligned} \quad (7.32)$$

Der Schub- und der Momentenbeiwert werden aus (7.32) durch Entdimensionierung gefunden

$$\begin{aligned} K_T &= \frac{1}{2} \pi z J^2 \int_{r_H/R}^1 G_A(\bar{r}) \left( \frac{\pi \bar{r}}{J - w_{\theta 1} / V_A} \right) d\bar{r}; \\ K_Q &= \frac{1}{4} \pi z J^2 \int_{r_H/R}^1 G_A(\bar{r}) \bar{r} \left( \frac{1 + w_{x1}}{V_A} \right) d\bar{r}; \end{aligned} \quad \bar{r} = \frac{r}{R} \quad (7.33)$$

Wenn die Reibung in Betracht gezogen wird, lauten die Formel (7.33)

$$\begin{aligned} K_T &= \frac{1}{2} \pi z J^2 \int_{r_H/R}^1 G_A(\bar{r}) \left( \frac{\pi \bar{r}}{J - w_{\theta 1} / V_A} \right) (1 - \varepsilon \tan \beta_1) d\bar{r}; \\ K_Q &= \frac{1}{4} \pi z J^2 \int_{r_H/R}^1 G_A(\bar{r}) \bar{r} \left( \frac{1 + w_{x1}}{V_A} \right) (1 + \varepsilon \cot \beta_1) d\bar{r}; \end{aligned} \quad (7.34)$$

Die reziproke Gleitzahl  $\varepsilon$  soll bekannt sein (Abschnitt 2.3).

## 7.8 Propeller mit geringstem Energieverlust

Unter mehreren möglichen Verteilungen der Zirkulation entlang des Radius gibt es eine bestimmte Verteilung, die dem maximalen Wirkungsgrad entspricht. Diese Zirkulationsverteilung heißt die optimale Verteilung. Betz hat im Jahre 1919 die

folgende Bedingung formuliert. Hierbei erreicht der Propeller in einer reibungslosen Strömung den maximalen Wirkungsgrad:

Das Geschwindigkeitsfeld eines optimalen Propellers ist in großer Entfernung vom Propeller dem Geschwindigkeitsfeld gleich, das von einer mit der konstanten axialen Geschwindigkeit

$$w^* = w_n / \cos \beta \quad (7.35)$$

fortschreitenden Wirbelschraubenfläche induziert wird. Hier ist  $w_n$  die senkrecht zur Wirbelfläche induzierte Geschwindigkeit und  $w^*$  eine Konstante, die als die axiale Stoßgeschwindigkeit der Schraubenfläche genannt wird.  $w^*$  ist für alle Radien gleich und vom Betriebszustand des Propellers abhängig.

Der optimale Propeller hat folgende Eigenschaften:

- Die Wirkungsgrade der einzelnen Blattschnitte sind gleich. Sie entsprechen dem Gesamtwirkungsgrad des Propellers.
- Der resultierende Geschwindigkeitsvektor  $V_R$  steht zum induzierten Geschwindigkeitsvektor  $\vec{w}_n = w_{x1}\vec{i} + w_{g1}\vec{t}$ , sowohl in der Propellerdisk, als auch in großer Entfernung vom Propeller senkrecht. Der Vektor  $\vec{w}_n = w_{x1}\vec{i} + w_{g1}\vec{t}$  steht ebenfalls zur Wirbelschraubenfläche senkrecht. Zwischen den induzierten Geschwindigkeiten  $w_{x1}$ ,  $w_{g1}$  und der Konstante  $w^*$  sind folgende Zusammenhänge (Abb. 7.6) gültig

$$\begin{aligned} \frac{w_{x1}}{V_A} &= \frac{0.5w^* \cos^2 \beta_1}{V_A} = \left( \frac{\bar{r}^2}{\bar{r}^2 + \lambda_1^2} \right) \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_t}{\lambda_t} \right); \\ \frac{w_{g1}}{V_A} &= \frac{0.5w^* \cos \beta_1 \sin \beta_1}{V_A} = \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_t - 1} \right) \left( \frac{\bar{r}\lambda_1}{\bar{r}^2 + \lambda_1^2} \right); \\ \frac{w^*}{V_A} &= 2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_t - 1} \right), \quad \lambda_t = \frac{J}{\pi}, \quad \lambda_1 = \tan \beta_1 (\bar{r} = 1). \end{aligned} \quad (7.36)$$

Beim Einsetzen von (7.36) in die rechte Seite der Gleichung (7.28), entwickelt sich die optimale Verteilung der Zirkulation aus (7.28) und es werden die Schub- und Momentenbeiwerte aus (7.34) berechnet.

## 7.9 Grenzen der Anwendbarkeit der Traglinientheorie

Die Traglinientheorie ist in erster Linie für schwach und mäßig belastete Propeller mit schmalen Blättern (z.B. Luftschrauben) anwendbar. Aufgrund der relativ großen Breite der Schraubenblätter ist die Theorie der Traglinie für Schiffsschrauben ungenau. Die Traglinientheorie ist darüber hinaus für Schrauben mit Skew und Hang schwierig anzuwenden. Aus diesen Gründen ist zurzeit das Einsatzgebiet der Traglinientheorie im Schiffbau sehr begrenzt.

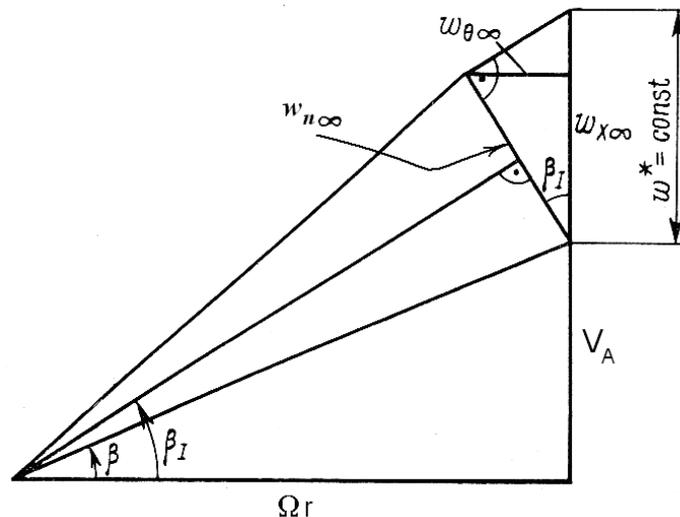
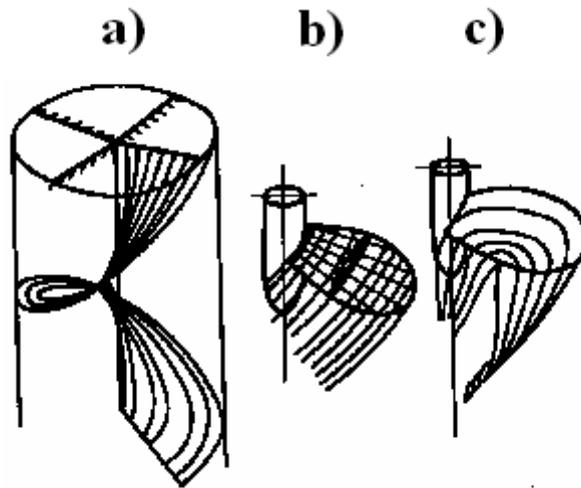


Abbildung 7.6: Geschwindigkeitsrelation am Profil

### Übungen

1. Wie kann man die Bedingung an der Blattspitze  $\frac{dG_A}{dx} = 0, x=1$  konstruktiv gewährleisten?
2. Welche Annahmen der Traglinientheorie sind für reale mäßig belastete Schiffsschrauben ungültig?
3. Welchen Einfluss hat die Nabe auf hydrodynamische Eigenschaften der Propeller?
4. Berechnen Sie Value principle des Integrals v.p.  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$ !

## 8. Tragflächentheorie des Propellers



*Abbildung 8.1: Wirbelmodelle der Traglinientheorie a) und der Tragflächentheorie b) und c)*

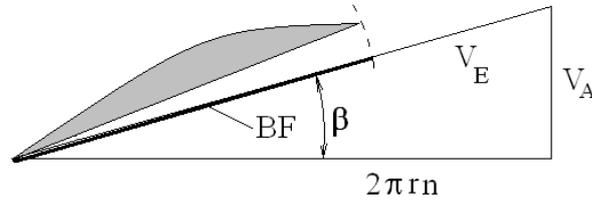
Im Gegensatz zur Traglinientheorie, in der das Blatt durch eine Traglinie (Abb. 8.1a) dargestellt wird, wird jedes Blatt im Rahmen der Tragflächentheorie durch eine verteilte Wirbelschicht modelliert (Abb. 8.1 b und c). Dadurch kann die geometrische Form des Blattes besser erfasst werden. Die Wirbelschicht beinhaltet sowohl die gebundenen als auch die freien Wirbel. Es werden die Tragflächentheorien für schwach, mäßig und schwer belastete Propeller unterschieden.

### 8.1 Schwach belastete Propeller

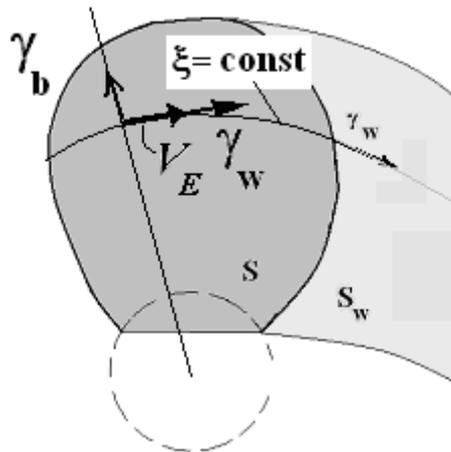
Das Wirbelmodell des Blattes für schwach belastete Propeller<sup>8</sup> besteht aus der Wirbelschicht, die an einer Basisfläche (BF) liegt (Abb. 8.2). Die Spur dieser Fläche in einem radialen Querschnitt wird in Abb. 8.2 gezeigt. Der Winkel der Schraube, zwischen der Basis- und der Wirkscheibe, ist dem geometrischen Fortschrittswinkel  $\beta$  gleich. Die gebundenen Wirbel stehen senkrecht zur lokalen Richtung des Vektors  $V_E$  (Abb. 8.3). Die freien Wirbel stehen lokal senkrecht zum gebundenen Wirbel. Von jedem Punkt der Austrittskante fließt die Schraubenwirbellinie der freien Wirbel ab. In jedem Punkt der Linie ist der Vektor  $\vec{\gamma}_w$  tangential. Die Wirbellinien bilden eine Wirbelschichtschraubenfläche  $S_w$  mit der Steigung  $P(r) = 2\pi r \tan \beta = \frac{2\pi r V_A}{\Omega r}$ . Die Wirbelschicht  $S_w$  besteht nur aus freien Wirbeln ( $\vec{\gamma}_b = 0$  am  $S_w$ ), so dass die Lage der

<sup>8</sup> Die Schraube ist schwach belastet, falls der Schubbelastungsgrad ungefähr zwischen 0 und 1.0 liegt.

Wirbelschlepe vorgegeben wird. Die Tragflächentheorie für schwach belastete Propeller ist linear.



**Abbildung 8.2: Lage der Basisfläche für schwach belastete Propeller**



**Abbildung 8.3: Orientierung der Wirbellinien für schwach belastete Propeller**

Die Wirbelstärke von freien Wirbeln  $\vec{\gamma}_w$  wird durch die Wirbelstärke  $\vec{\gamma}_b$  eindeutig ausgedrückt. Die Grundlage für den Zusammenhang zwischen  $\vec{\gamma}_b$  und  $\vec{\gamma}_w$ , der in verschiedenen Formen geschrieben werden kann, ist die Divergenzfreiheitsbedingung  $\nabla(\vec{\gamma}_b + \vec{\gamma}_w) = 0$ . Unbekannt bleibt nur die Wirbelstärke  $\vec{\gamma}_b$ , die aus der Undurchlässigkeitsbedingung gefunden wird. Sehr anschaulich wird dieser Zusammenhang im Rahmen des Wirbelgitterverfahrens demonstriert.

Um die Verdrängungseffekte der Schraubenblätter zu berücksichtigen, wird die Quellschicht mit der Intensität  $q = V_E \frac{\partial t}{\partial \xi}$  auf der Fläche S zusätzlich zur Wirbelschicht gelagert. Hier ist  $\xi$  die lokale Koordinate, die in jedem Punkt der Fläche S zu der radialen Richtung senkrecht steht (Abb. 8.3).

Die Undurchlässigkeitsbedingung wird auf der Basisfläche erfüllt. Sie kann in der allgemeinen Form geschrieben werden

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^z \left\{ \int_{S_k + S_{kw}} \frac{(\vec{\gamma}_{bk} + \vec{\gamma}_{wk}) \times (\vec{x} - \vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|^3} dS_k \vec{n}_{BFk} - \left[ \nabla \int_{S_k} \frac{q(\vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|} dS_k \right] \vec{n}_{BFk} \right\} + \vec{V}_E \vec{n}_{S_k} = 0 \quad (8.1)$$

Wichtig ist hierbei, dass  $\vec{n}_{BF}$  der Normalvektor zur Basisfläche und  $\vec{n}_S$  der Normalvektor zur Fläche des Blattes ist, die durch Skelettlinien der Blattprofile gebildet werden.

Die Gleichung (8.1) hat eine einfache Form für einen einzelnen Flügel

$$\int_S \frac{\gamma_b}{(z - z_0)^2} \left[ 1 + \frac{x - x_0}{\left( (x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 \right)^{1/2}} \right] dx_0 dz_0 = -V_\infty \alpha \quad (8.2)$$

wobei  $\alpha$  der Anstellwinkel ist.

Für Schrauben ist es schwierig die Gleichung (8.1) in einer kompakten Form zu schreiben. Für den Fall, dass das Wirbelgitterverfahren als numerische Methode zur Lösung der Gleichung (8.1) angewandt wird, macht dies auch keinen Sinn.

Im Gegensatz zur klassischen linearen Tragflächentheorie für einen einzelnen Flügel ist die Wirbelstärke der Wirbelschicht  $\gamma_b$  im Fall der Schraube von der Profildicke abhängig. Für einen einzelnen Flügel induziert die Quellschicht des Flügels an der Basisfläche S keine normale Geschwindigkeitskomponente. Deshalb können die Probleme der Auftriebserzeugung und der Verdrängung (Abschnitt 6.3) völlig getrennt voneinander behandelt werden. Die Quellschicht tritt in der Gleichung (8.2) nicht auf. Die Verdrängungseffekte haben Einfluss nur auf die Druckverteilung. Im Fall einer Schraube induzieren die Quellschichten der Nachbarblätter die normale Geschwindigkeit auf der Blattfläche S. Deshalb hat die Verdrängung der Blätter nicht nur Einfluss auf die Druckverteilung, sondern auch auf den Schub und den Drehmoment.

Bei der Lösung der Gleichung (8.1) wird eine Reihe der zusätzlichen Bedingungen für die unbekannte Funktion  $\vec{\gamma}_b$  benutzt.

$$\vec{\gamma}_b = 0 \text{ an der Austrittskante (Kutta'sche Abflussbedingung)} \quad (8.3)$$

$$\vec{\gamma}_b = 0 \text{ oder } |\vec{\gamma}_b| \sim 1/\sqrt{\varepsilon} \text{ an der Eintrittskante, } \varepsilon \text{ ist der Abstand von der Eintrittskante} \quad (8.4)$$

$$d\gamma_b / dr = 0 \text{ an der Nabe} \quad (8.5)$$

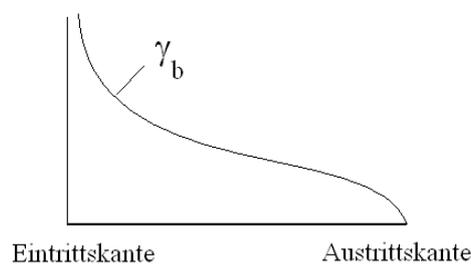
Die letzte Bedingung kann nur im Rahmen der numerischen Methoden erfüllt werden, in denen die unbekannte Wirbelstärke  $\gamma_b$  als eine stetige Funktion dargestellt wird.

Die Zirkulation um die Blattspitze soll Null sein.

$$\int_{\text{Blattspitze}} |\vec{\gamma}_b| d\xi = 0 \quad (8.6)$$

Mit anderen Worten, entsteht kein Auftrieb sowohl an der Blattspitze als auch an der Austrittskante.

Die Bedingung  $\vec{\gamma}_b = 0$  an der Eintrittskante entspricht der stoßfreien, während  $|\vec{\gamma}_b| \sim 1/\sqrt{\varepsilon}$  der stoßartigen Umströmung der Eintrittskante zu zuordnen ist. Schematisch wird das Lösungsverhalten entlang der Profiltiefe in Abb. 8.4 gezeigt.



**Abbildung 8.4: Lösungsverhalten entlang der Profiltiefe in der Tragflächentheorie**

Die mathematischen Probleme (8.1, 8.3 bis 8.6) sind linear und können numerisch gelöst werden. Ist die Wirbelstärke bekannt, kann der Drucksprung aus dem Theorem von Joukovski gefunden werden.

$$p^- - p^+ = \rho \gamma_b V_E$$

Der Schub wird durch das Integral des Drucksprunges  $p^- - p^+$  über die Fläche S berechnet.

## 8.2 Mäßig belastete Propeller

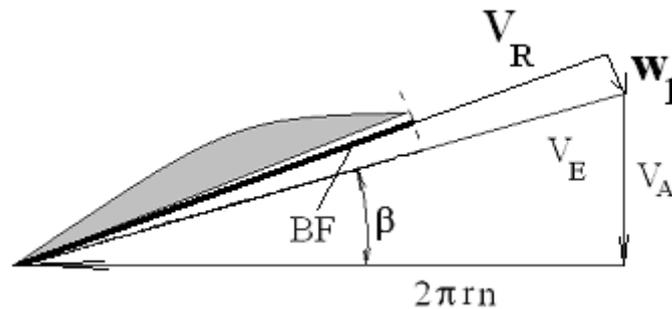
Das mathematische Modell für den mäßig belasteten Propeller<sup>9</sup> basiert auf folgenden Annahmen:

- Die Wirbelschicht des Blattes wird auf die Basisfläche S (Abb. 8.5) projiziert, die für jeden Radius der resultierenden Geschwindigkeit  $V_R$  parallel ist. Da die Geschwindigkeit  $V_R$  entlang der Profiltiefe in Wirklichkeit variabel ist, wird entlang der Profiltiefe ein gemittelter Wert benutzt. Es wird auch angenommen,

<sup>9</sup> Die Schraube ist mäßig belastet, wenn der Schubbelastungsgrad etwa zwischen 1.0 und 2.0 liegt.

dass die resultierende, gemittelte Geschwindigkeit  $V_R$  in jedem Punkt der Fläche  $S$ , entlang der Linie  $\xi = const$  liegt.

- Die gebundenen Wirbel  $\gamma_b$  auf der Fläche  $S$  stehen senkrecht zur Geschwindigkeit  $V_R$ .
- Die freien Wirbel  $\gamma_w$  auf  $S$  sind parallel zur Geschwindigkeit  $V_R$ .



**Abbildung 8.5: Lage der Basisfläche für mäßig belastete Propeller**

Die Schraubenflächenform der Wirbelschlepe wird vorgegeben. Sie wird durch die Wirbellinien mit der Steigung  $P(r) = 2\pi r \tan \beta = 2\pi r \frac{V_A + w_{xl}(r)}{\Omega r - w_{gl}(r)}$  gebildet.

Im Einklang mit diesen Annahmen sind die Quellstärke und der Drucksprung proportional der Geschwindigkeit  $V_R$ , d.h.  $q = V_R \frac{\partial t}{\partial \xi}$  und  $p^- - p^+ = \rho \gamma_b V_R$ . Eigentlich, soll die hydrodynamische Kraft auf der Fläche  $S$  nicht nur auf den Wirbeln  $\gamma_b$ , sondern auch auf den Wirbeln  $\gamma_w$  entstehen, wenn die induzierten, radialen Geschwindigkeiten  $w_r$  ungleich Null sind, was immer der Fall ist. Dies wird jedoch nicht berücksichtigt, da das Produkt  $w_r \gamma_w$  eine kleine Größe zweiter Ordnung ist.

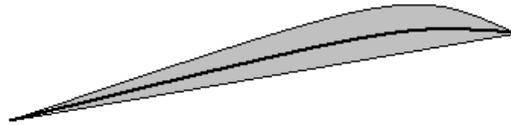
Die Gleichung (8.1) und die Bedingungen für  $\gamma_b$  (8.3) bis (8.6) sind für mäßig belastete Propeller gültig.

Da der Vektor  $\vec{V}_R$  und der hydrodynamische Fortschrittswinkel  $\beta_t$  von der Wirbelstärke  $\gamma_b$  abhängig sind, ist die Lage sowohl der Basisfläche als auch der Wirbelschlepe unbekannt. Das mathematische Modell ist damit nichtlinear. In diesem Fall ist nur eine numerische Lösung mittels Iterationsverfahren möglich. Die Lage der Basisfläche und der Wirbelschlepe werden von einer Iteration zu der anderen abhängig von der Zirkulation  $\gamma_b$  korrigiert.

### 8.3 Stark belastete Propeller<sup>10</sup>

In diesem Fall ist das Wirbelmodell dem oben beschriebenen Modell ähnlich. Es gibt aber drei wesentliche Unterschiede:

1. Die Lage der Wirbelschleppe wird nicht vorgegeben, sondern berechnet. Die Wirbelschleppe ist in diesem Fall keine reguläre Schraubenfläche (Abb. 8.1 c).
2. Die Wirbelschicht des Blattes liegt nicht auf der Basisfläche, sondern auf der durch Skelettlinien gebildeten Fläche (Abb. 8.6). Statt des Vektors  $\vec{n}_{BF}$  wird der Vektor  $\vec{n}_s$  in der Gleichung (8.1) benutzt.
3. Alle Wirbel erzeugen auf der Fläche S die Kraft und werden deshalb als gebundene Wirbel betrachtet.



**Abbildung 8.6: Lage der Wirbelschicht für stark belastete Propeller  
(dicke gekrümmte Linie)**

Die Erfüllung der letzten beiden Bedingungen bereitet keine großen Probleme. Was die Berechnung der Wirbelschleppenlage betrifft, gibt es sowohl prinzipielle als auch technische Schwierigkeiten.

Die Wirbelschleppe wird durch die Wirbellinien gebildet, die in den Punkten der Austrittskante vom Blatt abfließen. Jede Wirbellinie ist eine Stromlinie, d.h.  $\vec{\gamma}_w \times \vec{u} = 0$ , wobei  $\vec{u}$  die lokale relative Geschwindigkeit der Strömung ist. Die Wirbellinienform kann aus der Stromliniengleichung berechnet werden

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

oder

<sup>10</sup> Die Schraube ist stark belastet, falls der Schubbelastungsgrad größer als 2.0 ist.

$$\begin{aligned}
 y(\xi, z) &= y_{TE} + \int_{x_{TE}}^{\xi} \frac{u_y}{u_x} dx, \\
 z(\xi, y) &= z_{TE} + \int_{x_{TE}}^{\xi} \frac{u_z}{u_x} dx.
 \end{aligned}
 \tag{8.7}$$

Die Gleichung (8.1) und die Bedingungen für  $\gamma_b$  (8.3) bis (8.6) sind auch für stark belastete Propeller gültig. Da die Lage der Wirbelschlepe unbekannt ist, ist das mathematische Problem nichtlinear. Die numerische Lösung wird mit dem Iterationsverfahren ermittelt, das die folgenden Schritte beinhaltet:

- Die Schraube wird bei einer großen Anströmgeschwindigkeit  $V_A^* \gg V_A$  (der Schubbelastungsgrad ist klein) mittels linearer Theorie (Abschnitt 8.1) berechnet.
- Der Schub wird berechnet.
- Die Form der Wirbelschlepe wird aus der Gleichung (8.7) berechnet.
- Die Geschwindigkeit  $V_A^*$  wird verkleinert und die Schraube wird noch einmal mit der aus der vorherigen Iteration bekannten Wirbelschleppenform berechnet. Das heißt, die Gleichung (8.1) wird unter den Bedingungen (8.3) bis (8.6) gelöst.
- Der Schub  $T^j$  wird berechnet. Für den Fall, dass der Unterschied gegenüber dem Schub  $T^{j-1}$  der vorhergehenden Iteration größer als der vorgegebene Wert  $|T^j - T^{j-1}| > \varepsilon$  ( $\varepsilon \ll 1$ ) ist, geht man zum dritten Schritt über. Falls  $|T^j - T^{j-1}| \leq \varepsilon$  und  $|V_A^* - V_A| < \varepsilon$  gültig sind, ist die Berechnung erfolgreich beendet.

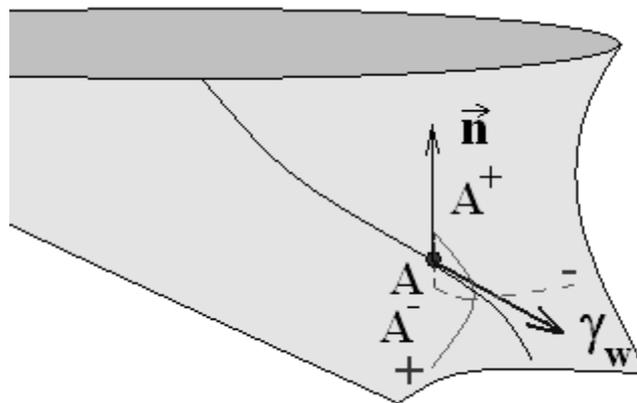
Die Lösung des Problems erfordert normalerweise eine große Anzahl von Iterationsschritten. Dabei ist oftmals mit Konvergenzproblemen zu rechnen. Die prinzipielle Schwierigkeit besteht darin, dass die Lösung der Gleichungen (8.7) mathematisch ein „ill-posed“ Problem darstellt. Dies lässt sich anschaulich am folgenden Beispiel illustrieren. Es wird eine Wirbelschicht vgl. Abb. 8.7. betrachtet. Dabei wird angenommen, dass die Berechnung der Stromlinie aus den Gleichungen (8.7) bis zum Punkt A, der genau an der Oberfläche liegt, erfolgreich durchgeführt wurde. Im Punkt A sprang die Stromlinie durch einen Rundungsfehler zum Punkt  $A^+$  oberhalb der Wirbelschicht, d.h.  $\vec{r}_A = \vec{r}_A + \delta \vec{n}$ , wobei  $\delta \approx 0,000000...1$  ist. Da die Wirbelschicht eine dünne Fläche ist, an der die tangentielle Geschwindigkeit einen Sprung erfährt, ist die lokale Geschwindigkeit im Punkt  $A^+$  gleich.

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^0 + \frac{1}{2}(\vec{\gamma} \times \vec{n}) \quad (8.8)$$

Der weitere Verlauf der Stromlinie wird durch die Geschwindigkeit  $\vec{u}^+$  bedingt und mit dem Zeichen „+“ markiert. Es entsteht eine deutliche Abweichung, die links von der tatsächlichen Stromlinie liegt (s. Abb. 8.7). Führt der Rundungsfehler zum Sprung des Punktes unter der Wirbelschichtfläche ( $\vec{r}_A = \vec{r}_A - \delta\vec{n}$ , wobei  $\delta \approx 0,000000...1$  ist), wird der weitere Verlauf durch die Geschwindigkeit

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^0 - \frac{1}{2}(\vec{\gamma} \times \vec{n}) \quad (8.9)$$

unterhalb der Wirbelschicht bestimmt. Es entsteht eine Abweichung von der wirklichen Stromlinie nach rechts. Also verursacht ein kleiner Fehler  $\delta\vec{n}$  einen großen Unterschied in der numerischen Lösung. Die Folge dieses Unterschiedes ist eine starke, numerische Instabilität bei der numerischen Implementierung des oben beschriebenen Iterationsverfahrens. Diese Schwierigkeit kann durch Einführung einer Wirbelschichtdicke  $\Delta$  überwunden werden. In der numerischen Wirbelgittermethode kann die Wirbelschichtdicke durch die „cut-off“ Regel (Abschnitt 6.2.2) berücksichtigt werden. Es ist aber wichtig, dass die Dicke  $\Delta$  nach unten begrenzt ist. Die sehr verbreitete Meinung, dass die Wirbelschichtdicke  $\Delta$  verschwinden muss (d.h.  $\Delta \rightarrow 0$ ), falls der minimale Abstand zwischen den diskreten Wirbeln klein wird, ist falsch. In diesem Fall verschwindet auch der Glättungseffekt der Wirbelschichtdicke und das Problem wird wieder „ill posed“.



**Abbildung 8.7: Illustration der Schwierigkeiten bei der Berechnung der Stromlinien an der Wirbeloberfläche**

Die Kraft wird mittels Theorem von Joukowski auf allen Wirbeln der Fläche  $S$  berechnet.

## 8.4 Empirische Ansätze für die Lage der Wirbelschleppe

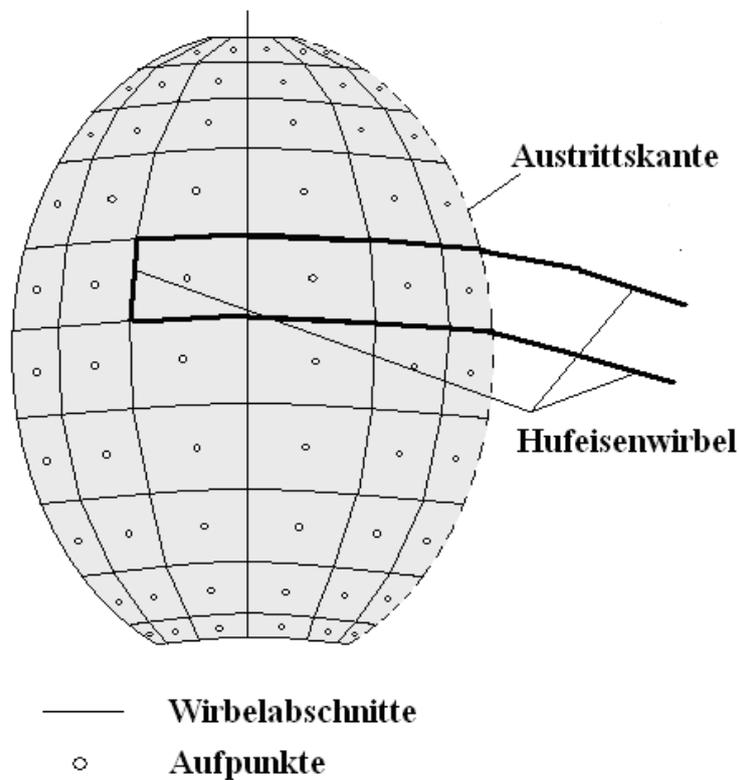
Der größte Unterschied zwischen den Modellen für stark, mäßig und schwach belastete Propeller besteht darin, dass die Lage der Wirbelschleppe in den ersten zwei Modellen unbekannt ist. Das mathematische Problem ist in diesem Fall nichtlinear und die numerische Iterationslösung ist sehr aufwendig. Es gibt Tragflächenmodelle für mäßig und stark belastete Propeller, in denen die Lage der Wirbelschleppe aus dem Vergleich zwischen den Messungen und den Berechnungen angepasst wird [20]. Die Wirbelschleppe wird in [20] in zwei Bereiche unterteilt. Im Übergangsbereich nach dem Propeller wird die Schleppe als eine Schraubenfläche mit einer in axialer Richtung veränderlichen Steigung, sowie mit einer Kontraktion dargestellt. Im zweiten Bereich, weit vom Propeller entfernt, wird die Wirbelschleppe grob modelliert. Sie besteht nur aus den Randwirbeln und dem Nabenwirbel. Die Länge des Übergangsbereiches, die Kontraktion und die Steigungsänderung werden auf Basis der methodischen Untersuchungen ausgewählt. Das heißt, dass diese freien Parameter der numerischen Methode aus der Bedingung so gewählt werden, dass sie erfahrungsgemäß die beste Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse mit dem Experiment gewährleisten. Die dazu entsprechenden Empfehlungen findet man in [20]. Wird die Lage der Wirbelschleppe vorgegeben, ist das mathematische Problem linear und leicht zu lösen, genau wie bei einem schwach belasteten Propeller.

## 8.5 Numerische Lösung der Integralgleichung (8.1). Wirbelgitterverfahren

Das Wirbelgitterverfahren (Vortex Lattice Method) ist die am weitesten verbreitete numerische Methode zur Lösung der Gleichung (8.1). Nach dieser Methode wird die Wirbelschicht entweder an den Basisflächen oder an der Skelettlinienfläche gelagert. Die stetig verteilte Wirbelschicht wird diskretisiert und durch zwei Gruppen der diskreten Wirbel dargestellt (Abb. 8.8).  $N$  sei die Anzahl der Querwirbel entlang der Profiltiefe und  $M$  die Anzahl der Querwirbel entlang des Radius. Die Anzahl der Querwirbel und der Paneele ist insgesamt  $MN$ . Die Querwirbel mit der Zirkulation  $\Gamma_{ij}$ ,  $i=1, M$  und  $j=1, N$  sind die gebundenen Wirbel. Jeder Querwirbel stützt sich dabei auf zwei Längswirbel, die in die Unendlichkeit abfließen. Jeder Längswirbel erstreckt sich von den Eckpunkten des Querwirbels, entlang der Linien  $\xi = const$  bis zur Austrittskante. Der weitere Verlauf des Längswirbels hängt vom Modell ab. Für die schwach und mäßig belasteten Propeller stellen die Längswirbel in der Wirbelschleppe die Schraubenlinien mit vorgegebener Steigung dar. Für stark belastete Propeller wird die Lage der Längswirbellinien mit dem in Abschnitt 8.3 beschriebenen Algorithmus berechnet. Solche diskreten Wirbelstrukturen, die aus einem Querwirbelabschnitt und zwei halbunendlichen Längswirbel bestehen, heißen Hufeisenwirbel. Es ist leicht zu

verstehen, dass die Divergenzfreiheitsbedingung für jeden Hufeisenwirbel und für das gesamte Wirbelsystem im integralen Sinne automatisch erfüllt wird.

Die vordersten Querwirbel  $\Gamma_{i1}$  liegen direkt an der Eintrittskante. An der Austrittskante liegen keine Querwirbel. Die Undurchlässigkeitsbedingung (8.1) wird in den Aufpunkten der Paneelzentren erfüllt. Jeder Aufpunkt liegt dann in der gleichen Entfernung von den benachbarten Wirbelabschnitten, was für die korrekte Berechnung der auftretenden singulären Integrale aus der Gleichung (8.1) notwendig ist. Solche Verteilungen und Aufpunkte der Wirbel sichern die automatische Erfüllung der Bedingungen (8.3), (8.4) und (8.6), wenn die Paneelanzahl unendlich groß wird ( $NM \rightarrow \infty$ ). Die Nabe wird im Rahmen des Wirbelgitterverfahrens üblicherweise nicht berücksichtigt.



**Abbildung 8.8: Wirbelmodell des Wirbelgitterverfahrens**

Die Wirbellinien in der Schleppe können als eine endliche Reihe von diskreten Wirbelabschnitten dargestellt werden. Die von dem Wirbelsystem induzierten Geschwindigkeiten können mit den Formeln von Biot-Savart (6.7) berechnet werden.

Die Undurchlässigkeitsbedingung wird in der Form geschrieben

$$\sum_{l=1}^z \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \Gamma_{ijl} \vec{w}_{ijl}^{nk} \vec{n}_{BFI}^{nk} + \vec{V}_E \vec{n}_{SI}^{nk} = 0 \quad (8.10)$$

Hier ist  $\vec{w}_{ijl}^{nk}$  die Geschwindigkeit, die durch den Querwirbel  $\Gamma_{ijl} = 1$  und zwei Längswirbel im Aufpunkt mit der Nummer  $nk$  induziert wird. Die Bedingung (8.10) wird in jedem Aufpunkt geschrieben, wobei ein System algebraischer Gleichungen erzeugt wird. Die Zirkulationen der Querwirbel  $\Gamma_{ijl}$ <sup>11</sup> sind unbekannt. Wenn die Lage der Wirbelschlepe bekannt ist, ist das System (8.10) bzgl.  $\Gamma_{ijl}$  linear. Soll die Lage der Wirbelschlepe gefunden werden, sind die Gleichungen (8.7) und (8.10) mit Hilfe des oben beschriebenen Iterationsverfahrens zu lösen.

Die an den Wirbelabschnitten wirkenden Kräfte können aus dem Theorem von Joukowski (6.12a) bestimmt werden.

Die Verdrängungseffekte, die in diesem Kapitel nicht betrachtet wurden, können zusätzlich durch diskrete Quellschichten berücksichtigt werden.

## 8.6 Propellerentwurf mittels Tragflächentheorie

Beim Propellerentwurf wird angenommen, dass die Wirbelstärke  $\gamma_b$  und die Quellverteilung  $q$  bekannt sind. Die Aufgabe ist es, die Form der Skelettlinie  $\eta_s(\xi, r)$  und den Steigungswinkel  $\varphi(r)$  herauszufinden. Es wird normalerweise die lineare Theorie der schwach belasteten Schrauben benutzt.

Aus der Undurchlässigkeitsbedingung folgt:

$$\alpha_I + \frac{\partial \eta_s}{\partial \xi} = \frac{w_1}{v_E} \quad (8.11)$$

Integriert man (8.11) ergibt sich

$$\begin{aligned} \alpha_I(r) &= \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{w_1}{v_E} d\xi \\ \eta_s(0, r) &= \alpha_I \frac{b}{2} - \int_{-b/2}^{b/2} \frac{w_1}{v_E} d\xi \end{aligned} \quad (8.12)$$

---

<sup>11</sup> Falls homogene Anströmung betrachtet wird, sind die Zirkulationen  $\Gamma_{ijl}$  mit Index  $(ij)$  für alle Blätter gleich, d.h.  $\Gamma_{ijl} = \Gamma_{ij}$

Der Punkt  $\xi=0$  entspricht der Profilmittle. Da die Verteilungen der Wirbel- und Quellstärke bekannt sind, können  $w_1$  und  $\beta_1$  durch die Formel von Bio-Savart berechnet werden. Damit ist der gesuchte Steigungswinkel  $\varphi = \alpha_1 + \beta_1$ .

## 8.7 Korrektur der Lösung im Bereich der Eintrittskante

Die Lösung der Tragflächentheorie ist im Bereich der Ein- und Austrittskante ungenau. Der Grund wurde in Abschnitt 6.3 erläutert. Während die Ungenauigkeit an der Austrittskante keine große Rolle spielt, ist die mit der Tragflächentheorie berechnete falsche Druckverteilung an der Eintrittskante zur Abschätzung des Kavitationsauftretens inakzeptabel. Dieser Nachteil kann durch eine spezielle Korrektur der Lösung an der Eintrittskante überwunden werden<sup>12</sup>. Diese elegante Methode wurde in den 80er Jahren von Mischkevich und Rozhdestvensky [29] ausgearbeitet.

Zuerst wird die Methodik am Beispiel einer 2D Ellipse erklärt. In Abschnitt 6.3 wurde bereits die Aufteilung des mathematischen Problems beschrieben. Im 2D Fall sind die folgenden analytischen Lösungen bekannt:

Lösung des Problems 1

$$u_x^1 = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-1}^1 \frac{\partial t / \partial \xi}{x - \xi} d\xi \quad (8.13)$$

Gemeinsame Lösung der Probleme 2 und 3

$$u_x^{2+3} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} v.p. \int_{-1}^1 \frac{-\alpha + \partial f / \partial \xi}{x - \xi} \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} d\xi \quad (8.14)$$

Hierbei entspricht der Punkt  $x=-1$  der Eintrittskante, während  $x=1$  die Austrittskante darstellt. Für eine Ellipse  $t = \delta\sqrt{1-x^2}$ ,  $f = 0$  folgt aus (8.13) und (8.14)

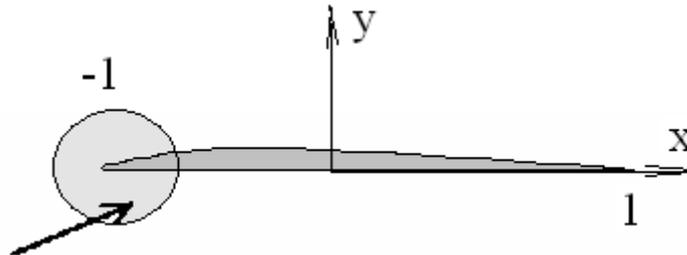
$$u_x^{1+2+3} = 1 + \delta \pm \alpha \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad (8.15)$$

Daraus ergibt sich, dass

$$\lim_{x \rightarrow -1} u_x^{1+2+3} \rightarrow \sim \alpha \sqrt{\frac{2}{1+x}} = \infty, \quad (8.16)$$

<sup>12</sup> oder durch Einsatz von Paneelmethoden

was dem in Abb. 8.4 gezeigten Lösungsverhalten entspricht und die Schwierigkeiten der Tragflächentheorie anschaulich illustriert.



**Abbildung 8.9: Unterteilung des Gebietes im Rahmen der MAE Methode**

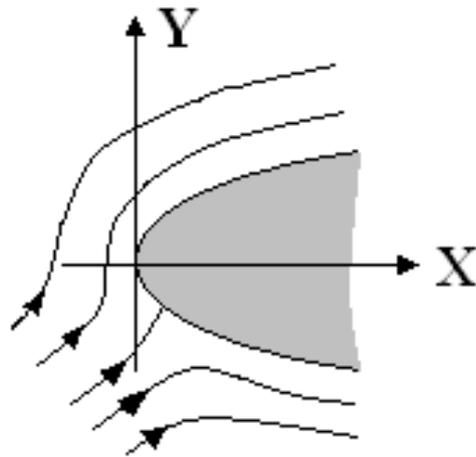
Es wird der Bereich der Eintrittskante (Abb. 8.9) mit dem Radius  $\Delta(\delta^2)$  betrachtet, wobei  $\delta$  die relative Dicke des Profils ist. Der Bereich  $\Delta(\delta^2)$  heißt innerer Bereich, während der Rest der Strömung der äußere Bereich ist. Im äußeren Bereich ist die Lösung (8.15) gültig. Im inneren Bereich versagt diese Lösung, wie mit Formel (8.16) gezeigt wurde. Die Aufgabe besteht darin, die äußere Lösung so zu korrigieren, dass sie auch im inneren Bereich gültig wird. Die mathematische Basis dafür ist die Methode der angepassten asymptotischen Entwicklungen (MAE – Method of asymptotic expansions).

Die lokalen Koordinaten  $x_e = 1 + x$  und  $y_e$  sind im Bereich der Eintrittskante klein  $x_e = O(\delta)$ ,  $y_e = O(\delta)$ . Die neuen ausgedehnten inneren Variablen  $X = \frac{x_e}{\Delta(\delta)}$ ,  $Y = \frac{y_e}{\Delta(\delta)}$ ,  $\Delta(\delta) = \delta^2$  haben die Ordnung  $O(1)$  im Bereich der Eintrittskante. Der Übergang zu den Variablen  $X$  und  $Y$  kann so interpretiert werden, als ob der Bereich der Eintrittskante unter einer Linse betrachtet wird. Dadurch wird die Nase der Ellipse  $t = \delta\sqrt{1-x^2}$ ,  $f = 0$  als eine Parabel gesehen

$$Y \approx \pm\sqrt{2X} + O(\delta^2) \quad (8.17)$$

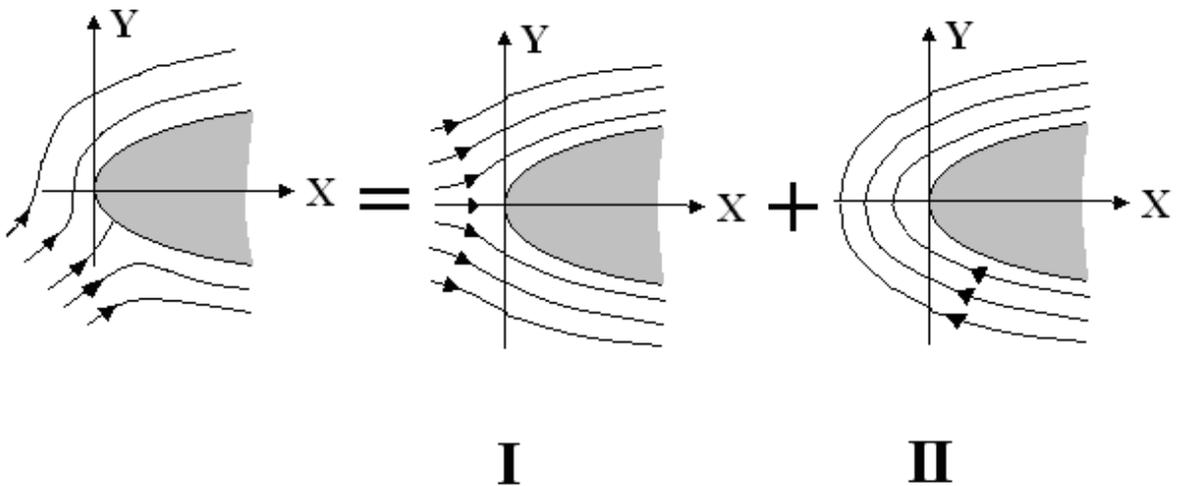
Die Formel (8.17) ergibt sich aus der Formel der Ellipse  $x^2 + y^2/\delta^2 = 1$ , in der die Variablen  $x$  und  $y$  durch  $X$  und  $Y$  ersetzt werden. Eine entsprechende allgemeine Formel, die für beliebige Profile mit dem Profilnasenradius  $\rho$  passt, lautet

$$Y \approx \pm\sqrt{2\rho X} + O(\delta^2), \bar{\rho} = \rho/\delta^2 \quad (8.18)$$



**Abbildung 8.10: Strömung im inneren Bereich**

Die Strömung im inneren Bereich wird in Abb. 8.10 gezeigt. Da das Problem linear ist, kann diese Umströmung als die Summe von zwei, in Abb. 8.11 gezeigten, Umströmungen dargestellt werden.



**Abbildung 8.11: Darstellung der Umströmung im inneren Bereich durch zwei partielle Umströmungen I und II**

Die Probleme I und II haben die folgenden analytischen Lösungen

$$U^* = U_1 \sqrt{\frac{X}{X + \bar{\rho}/2}} \quad \text{Problem I} \quad (8.19)$$

$$U^{**} = \pm U_2 \sqrt{\frac{1}{X + \bar{\rho}/2}} \quad \text{Problem II} \quad (8.20)$$

Die Summe von zwei Lösungen (8.19) und (8.20) beschreiben die innere Lösung im inneren Bereich

$$U^i = \sqrt{\frac{X}{X + \bar{\rho}/2}} (U_1 \pm U_2 \frac{1}{\sqrt{X}}) \quad (8.21)$$

Die nächste Aufgabe besteht in der Anpassung der Lösungen im äußeren Bereich (8.14) und im inneren Bereich (8.21). Zuerst werden die Konstante  $U_1$  und  $U_2$  der inneren Lösung aus der äußeren Lösung gefunden. Dafür wird das Anpassungsprinzip von M. van Dyke benutzt.

Die M - gliedrige, innere, asymptotische Entwicklung der N - gliedrigen, äußeren Lösung ist der N - gliedrigen, äußeren, asymptotischen Entwicklung der M - gliedrigen, inneren Lösung gleich.

Die 2-gliedrige äußere Lösung  $u_x^0 = 1 + \delta \pm \alpha \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  soll in den inneren Variablen X und Y geschrieben und in eine Taylor Reihe entwickelt werden. Nach den algebraischen Transformationen ergibt sich die 2-gliedrige, innere, asymptotische Entwicklung der 2-gliedrigen, äußeren Entwicklung

$$u_x^{0i} = 1 \pm \bar{\alpha} \sqrt{\frac{2}{X}} + \delta + O(\delta^2), \quad X = \frac{1+x}{\delta^2} \quad (8.22)$$

Die 2-gliedrige, äußere, asymptotische Entwicklung der 2-gliedrigen, inneren Lösung ist

$$U^{i0} \approx U_1 \pm \delta U_2 \frac{1}{\sqrt{x_e}} \quad (8.23)$$

Geschrieben in inneren Variablen lautet die Formel (8.23)

$$U^{i0} \approx U_1 \pm U_2 \frac{1}{\sqrt{X}} \quad (8.24)$$

Nach dem Prinzip von van Dyke sollen (8.24) und (8.22) gleich sein

$$U_1 \pm U_2 \frac{1}{\sqrt{X}} = 1 \pm \bar{\alpha} \sqrt{\frac{2}{X}} + \delta, \quad (8.25)$$

woraus  $U_1 = 1 + \delta, U_2 = \sqrt{2\bar{\alpha}}$  folgt. Die gesamte Lösung wird mit der Methode der angepassten, asymptotischen Entwicklungen bestimmt

$$u_x = u_x^0 + (U^i - U^{io}) = (1 + \delta) \left( \sqrt{\frac{1+x}{1+x+\delta^2/2}} \right) \pm \alpha \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+x+\delta^2/2}} - \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{2-\sqrt{1-x}}} \right) \quad (8.26)$$

Sie ist sowohl im inneren als auch im äußeren Bereich allgemein gültig. Die Effizienz der Methode wird in Abb. 8.12 klar demonstriert.

Diese Methodik wurde für beliebige Profile mit einem Nasenradius, sowie für den 3D Fall verallgemeinert. Der Ausgangspunkt für die Verallgemeinerung ist die Beobachtung, dass bei einer stoßartigen Umströmung der Eintrittskante die Strömung in den zur Eintrittskante senkrechten Ebenen lokal zweidimensional ist (Abb. 8.13). Die Konstanten  $U_1$  und  $U_2$  der inneren Lösung werden aus der numerischen äußeren Tragflächentheorielösung ermittelt. Die Geschwindigkeitsverteilung im Bereich der Eintrittskante wird aus der Formel, die der Formel (8.26) ähnlich ist, berechnet.

Für die stoßfreie Umströmung der Eintrittskante funktioniert die oben vorgestellte Methodik nicht. Sie ist auch nicht notwendig, da die Druckverteilung in diesem Fall keine besonderen Korrekturen im Eintrittskantenbereich erfordert.

## 8.8 Berechnung der Saugkraft

Die Saugkraft soll im Rahmen der Tragflächentheorie extra berechnet und zu den aus dem Theorem von Joukovski gefundenen Kräften addiert werden. Es wird angenommen, dass die Strömung bei einer stoßartigen Umströmung der Eintrittskante in den zur Eintrittskante senkrechten Ebenen lokal zweidimensional ist. (Abb. 8.13). Die Geschwindigkeiten entlang der Eintrittskante können vernachlässigt werden. Die Störgeschwindigkeit  $u_x$  hat im Abstand  $\varepsilon$  von der Eintrittskante (Abb. 8.14) ein asymptotisches Verhalten, das aus der 2D Flügeltheorie bekannt ist

$$u_x \sim \frac{A}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (8.27)$$

Aus dem Impulssatz, der für die im Bild 8.14 gezeigte Kreiskontur angewendet wird, ergibt sich die Saugkraft an der Eintrittskante:

$$dP = -\rho \oint \bar{u} u_x dC dL = -\rho \pi A^2 dL \quad (8.28)$$

wobei  $A$  eine Konstante ist. Im Rahmen der linearen Theorie wird die Störgeschwindigkeit  $u_x$  durch die Wirbelstärke  $\gamma$  ausgedrückt

$$u_x = \frac{\gamma}{2} \quad (8.29)$$

Da die Wirbelstärke in der Nähe der Eintrittskante ein asymptotisches Verhalten  $\gamma \sim \frac{B}{\sqrt{\varepsilon}}$  aufweist, folgt aus (8.27) und (8.29):

$$A = \frac{B}{2} \quad (8.30)$$

Damit ergibt sich für die Saugkraft:

$$P = -\rho \frac{\pi}{4} \int_L B^2 dL \quad (8.31)$$

Es wird der Zusammenhang zwischen  $B$  und der Zirkulation des diskreten Wirbels festgestellt. Aus der Definition für die Zirkulation  $\Gamma_{i1}$  des vordersten Querwirbels in der „i-ten“ Reihe lässt sich folgende Formel bestimmen

$$\Gamma_{i1} = \int_{b_{i1}} \gamma dx = \int_{b_{i1}} \frac{B_{i1}}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{b_{i1}} B_{i1} \Rightarrow B_{i1} = \frac{\Gamma_{i1}}{2\sqrt{b_{i1}}}$$

Damit wird die Saugkraft im Rahmen des Wirbelgitterverfahrens folgendermaßen berechnet:

$$P = -\rho \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^M \left( \frac{\Gamma_{i1}}{2\sqrt{b_{i1}}} \right)^2 \Delta l_i, \quad (8.32)$$

wobei  $b_{i1}$  die Tiefe und  $\Delta l_i$  die Spannweite des vordersten Panels ist.

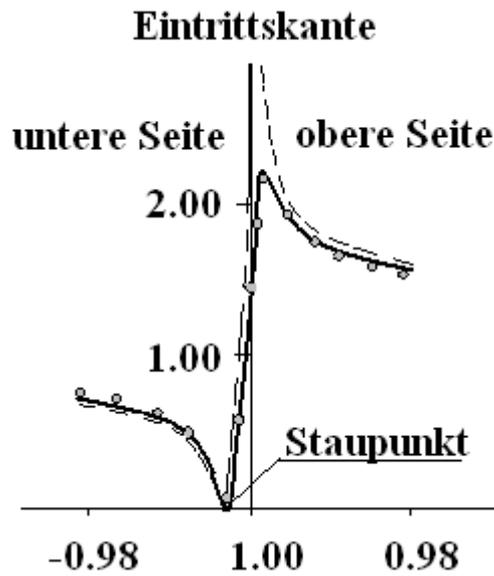


Abbildung 8.12: Geschwindigkeitsverteilung in der Nähe der Eintrittskante auf einer Ellipse unter Anstellwinkel 5 Grad. Strichlinie- äußere Lösung; Punkte-exakte Lösung; durchgezogene Linie- MAE

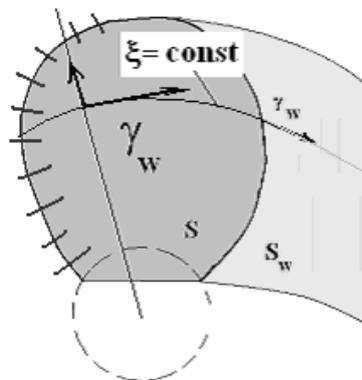


Abbildung 8.13: Ebenen (Position gezeigt durch Striche), in denen die Strömung lokal zweidimensional ist

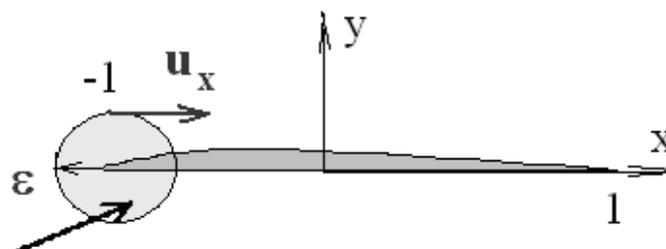


Abbildung 8.14 Zur Berechnung der Saugkraft

## 8.9 Anlage: Programme zur Berechnung von Schiffsschrauben (nach Angaben von Dr. O. Philipp).

Strömungsmodellierung für Körper mit A u rtrieb  
(z. B. Propeller, Ruder, Flügel bei instationärer und inhomogener A nströmung)

Name des Programms	NV570	PROINT PDRK	OCM OCMISHI SBFS TRI	Panel PPBGUI	UNICA DUNCAN	RANSE StarCD CFX COMET	Flügel (ähnl. PROINT)
Firma / Entw.	Propeller TIG	Propeller, Flügel, Dose Dr. Andrich / Di Mitbradt	Propeller, Hinterschiff HSVA	Propeller, Hinterschiff HSVA	Propeller, Dose Prof. Szantny	belleigle Objekte CDLM	Propeller, Flügel Dr. Jürgens
Modellierung	REM Traglinie mit Korrekturen quasi stationär	REM Wirbelger, Quellen, Senken stationär (PDRK) und instationär (PROINT) Quellen-Senken	REM Wirbel- Quellengitter instationär Paneele am Hinter- schiff	REM Paneele am Propeller und Hinterschiff	REM Wirbelger Quellen-Senken	RANS stat. u. instat. Inkomp. u. Komp. Transl. u. Rotation Turbulenz (v. Mod.)	REM wie PROINT
Leistung	Druckverteilung f. beliebige Profile Kraft und Moment Schwankungen Kavitation Schicht, Blasen, Spitzenwirbel Druckimp. 1. u. 2. (Anpalt. und Phase)	Druckverteilung Kraft und Moment Schwankungen Geschwindigkeiten im Strahl und Umfeld	Druckverteilung Kraft und Moment Schwankungen Schichtkavitation Druckimpulse (Ord. n s 5) Kraftschw. am Hinterschiff	Druckverteilung Kraft und Moment Schwankungen Schichtkavitation Druckimpulse (Ord. n s 5) Kraftschw. am Hinterschiff	Druckverteilung Kraft und Moment Schwankungen Kavitation (Schicht, Blasen, Spitzenwirbel) Druckimpulse (1. u. 2. Ordnung)	Geschwindigkeit Druck Kraft und Moment Schwankungen	Druckverteilung Kraft und Moment Schwankungen Geschwindigkeiten im Strahl und Umfeld
Erfahrung	Arbeitswerkzeug instationär nicht ausz. modelliert Skew nur näherungsweise versetete Kavita- tionsmodelle	Tests erforderlich keine stat. u. instat. Kavitation Profilform nur näherungsweise keine Druck- impulse	Tests erforderlich nur Schicht- kavitation keine Spitzen- wirbelkavitation Flügelspitzen- modellierung (C <sub>10</sub> ≠ 0)	Tests erforderlich keine Schicht- kavitation, keine Blasenkv. keine Spitzen- wirbelkavitation Flügelspitzen- modellierung (C <sub>10</sub> = 0,25 C <sub>hub</sub> )	Tests erforderlich große Gitter ungezau Modellierung der Flügelspitze (C <sub>10</sub> = 0)	Valid. erforderlich keine stat. u. instat. Kavitation keine Druckimpulse kein Umschlag lam.-turbulent Einhärtungsz. hoher Anspatuch an Rechentechnik	Tests erforderlich keine stat. u. instat. Kavitation Profilform nur näherungsweise keine Druck- impulse
Einsatz in Vorhaben	Flügelentwurf Bewertung der Prop.	MoRu RuMAn	Flügelentwurf ProLeit, Antr. 6.3	Flügelentwurf ProLeit, Antr. 6.3	Flügelentwurf ProLeit	ProLeit, MoRu, InnoRaggio 6.3	MoRu, RuMAn, ProLeit

- OCM - Quasi-Continuous Method
- PPBGUI - Performance of a Propeller for Behind-conditions / Graphical User Interface
- UNICA - Unsteady Cavitation
- StarCD - Simulation of Turbulent flow in arbitrary regions
- REM - Randelementmethode
- RANS - Reynolds Averaged Navier Stokes

## Übung

Berechnen Sie den Schub und den Wirkungsgrad für den Propeller aus der Übung zur Vorlesung 3 mit dem dort entworfenen Profil! Benutzen Sie das Programm RMOD33. Die Flügelzahl beträgt 3. Skewness, Verteilungen der Profiltiefen und der Steigung entnehmen Sie dem Testbeispiel für den Propeller DTRC 4119. Falls die charakteristische Reynoldszahl (4.18) den kritischen Wert übersteigt, kann die Berechnung für Modell ( $n=1500$  Umdrehungen/Min,  $D=0.305$  m) bei gleichem Fortschrittsgrad wie für die Großausführung durchgeführt werden.

## 9. Paneelmethoden in der Propellertheorie

### 9.1 Einführung

Den Grundstein für die Entwicklung der Paneelmethoden wurde von Hess und Smith [12] in den 60er Jahren gelegt. Eine breite Anwendung der Paneelmethoden zur Berechnung der Aerodynamik von Flugzeugen erfolgte in den 70er Jahren [26]. Die ausführliche Beschreibung von Paneelmethoden ist im Manuskript von Katz und Plotkin [18] zu finden. In der Propellertheorie sind die Paneelmethoden seit den 80er Jahren im Einsatz [2, 3, 9, 13, 20].

Die Paneelmethoden basieren auf der Potentialtheorie. Die Reibungseffekte werden dabei vernachlässigt. Dabei werden die so genannten potential- und geschwindigkeitsbasierten Paneelmethoden unterschieden. In der ersten Methode wird das Potential gesucht, während die notwendigen Geschwindigkeiten durch die Ableitung des Potentials nach räumlichen Koordinaten berechnet werden. In den geschwindigkeitsbasierten Methoden wird das mathematische Problem unmittelbar für die Geschwindigkeiten formuliert.

In diesem Kapitel werden die Paneelmethoden nur für die stationäre Strömung vermittelt.

### 9.2 Theoretische Grundlagen der Paneelmethoden

#### 9.2.1 Mathematische Problemstellung

Das mathematische Problem wird für das Potential der gestörten Strömung  $\varphi$  formuliert. Das Potential genügt der Laplace'schen Gleichung:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (9.1)$$

mit folgenden Randbedingungen:

Abklingen der Störungen weit von den Flächen  $S$  und  $S_w$

$$\nabla\varphi \rightarrow 0 \quad \text{bei} \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty \quad (9.2)$$

Undurchlässigkeitsbedingung an der Oberfläche des Körpers  $S$  (Abb. 9.1)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\vec{V}_\infty \vec{n} \quad (9.3)$$

Die Fläche  $S_w$  wird als eine infinitesimal dünne freie Strömungsgrenze behandelt, an der die Sprünge sowohl der normalen Geschwindigkeitskomponente als auch des Drucks Null sind

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} &= 0, \\ p^+ - p^- &= 0. \end{aligned} \quad \text{an der } S_w \quad (9.4)$$

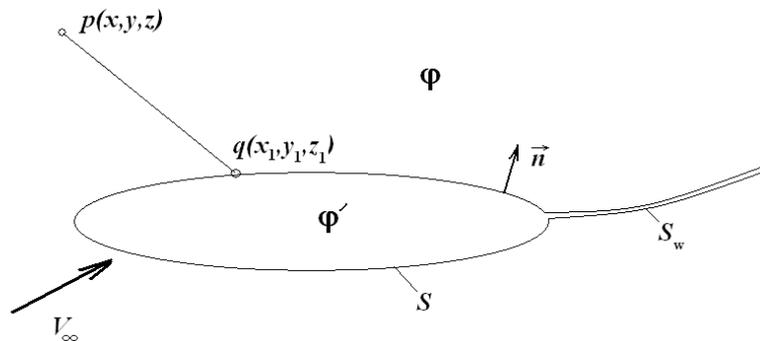
Die Kutta'sche Abflussbedingung wird an der Austrittskante erfüllt:

$$p^+ - p^- = 0 \quad \text{an der Austrittskante} \quad (9.5)$$

Die letzte Bedingung bedeutet physikalisch, dass an der Austrittskante des Propellers oder der Düse keine Kraft entsteht.

Nach dem Theorem von Joukowski (Abschnitt 6.2.4) kann die Bedingung  $p^+ - p^- = 0$  an  $S_w$  in der folgenden Form umgeschrieben werden

$$\vec{u} \times \vec{\gamma}_w = 0 \quad \text{in der Wirbelschleppe } S_w \quad (9.6)$$



**Abbildung 9.1: Zur mathematischen Formulierung der Paneelmethode**

Die Bedingung (9.6) lautet, dass die Wirbellinien und die Stromlinien in der Wirbelschleppe zusammenfallen. Genauso wie in Abschnitt 8.3 kann die Lage der Wirbelschleppe aus den Stromliniengleichungen gefunden werden

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} \quad (9.7)$$

Wird die Wirbelschlepe als Stromfläche betrachtet, werden die Randbedingungen (9.4) automatisch erfüllt.

In der Theorie der harmonischen Funktionen wird nachgewiesen, dass die Funktion, die die Laplace'sche Gleichung (9.1) erfüllt und weit von den Flächen  $S$  und  $S_w$  abklingt, in der folgenden Form geschrieben werden kann:

$$\varphi(p) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S+S_w} \left[ \frac{\sigma(q)}{r_{pq}} - \mu(q) \vec{n}_q \cdot \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) \right] dS, \quad (9.8)$$

$$r_{pq} = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2},$$

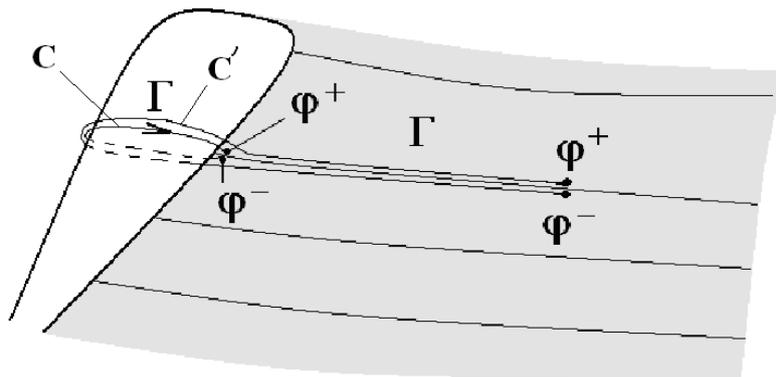
wobei  $p$  ein Punkt in der Strömung und  $q$  ein Punkt an der Strömungsgrenze ist (Abb. 9.1). Die Formel (9.8) heißt Formel von Green. Das erste Glied entspricht der Verteilung der Quellschicht und der zweite der Dipolschicht.

Die Dipolschicht bezeichnet man oft als Doppelschicht. Die Dipolstärke  $\mu(q)$  ist gleich dem Sprung des Potentials an der Oberfläche der Dipolschicht

$$\mu = \varphi^+ - \varphi^-. \quad (9.9)$$

In der Flügeltheorie wird gezeigt, dass der Sprung des Potentials an der Austrittskante der Zirkulation neben dem Flügelprofil gleich ist (Abb. 9.2):

$$\varphi^+ - \varphi^- = \Gamma$$



**Abbildung 9.2: Zur Herleitung der Bedingungen an der Wirbelschlepe**

Entlang der Strom- bzw. Wirbellinien bleibt der Sprung in der Wirbelschlepe konstant. Das kann mit dem Theorem von Stokes (6.3) leicht nachgewiesen werden. Es werden die Zirkulationen um die Profilkontur  $C$  und um die erweiterte Kontur  $C'$  (Abb. 9.2) berechnet. In jedem Punkt der Wirbelschlepe gilt  $\vec{u} \times \vec{\gamma}_w = 0 \Rightarrow d\vec{\tau} \times \vec{\gamma}_w = 0 \Rightarrow \vec{\gamma}_w \cdot \vec{n} = 0$ , entlang der Wirbellinie. Hier sind  $d\vec{\tau}$  der Vektor der

Tangente zur Stromlinie und  $\vec{n}$  der Normalvektor zur Konturfläche. Aus der letzten Formel und dem Theorem von Stokes (6.3) folgt somit

$$\Gamma = \varphi^+ - \varphi^- = \mu = const \text{ entlang der Stromlinie in } S_w \quad (9.10)$$

Im kinematischen Sinne ist die Dipolschicht der Wirbelschicht äquivalent. Tatsächlich ist die durch eine Dipolschicht induzierte Geschwindigkeit [11]

$$\vec{u} = -\frac{1}{4\pi} \int_S (\vec{n} \times \nabla \mu) \times \frac{\vec{r}}{r^3} dS + \frac{1}{4\pi} \int_C \mu \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} dC. \quad (9.11)$$

Das zweite Glied ist das Integral entlang der Kontur der Fläche S, das für Flügel normalerweise Null ist, da  $\mu = \Gamma = 0$  an der Austrittskante und an den Blattspitzen gilt. Beim Vergleich von (9.11) mit der von einer Wirbelschicht induzierten Geschwindigkeit (6.9), ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zwischen der Wirbelstärke und der Dipolstärke

$$\vec{\gamma} = -(\vec{n} \times \nabla \mu). \quad (9.12)$$

Also ist eine Dipolschicht mit der Stärke  $\mu$ , der Wirbelschicht mit der Wirbelstärke  $\vec{\gamma} = -(\vec{n} \times \nabla \mu)$  äquivalent.

Aus  $\vec{u} \times \vec{\gamma}_w = 0$  folgt dann  $\vec{u} \nabla \mu = 0$  und  $\mu = const$  entlang der Wirbellinien (oder der Stromlinien) in der Schleppe. Damit wurde die Bedingung (9.10) auf andere Weise nachgewiesen.

Die Quellstärke ist dem Sprung der normalen Geschwindigkeitskomponente gleich

$$\sigma = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} \quad (9.13)$$

Laut der ersten Bedingung (9.4) ist an der Wirbelschleppe  $\sigma = 0$ . Ist  $\varphi'$  das Potential der Strömung innerhalb des Körpers gilt  $\sigma = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi'}{\partial n}$  an der Körperoberfläche.

Damit ist das Gesamtpotential:

$$\varphi_\Sigma(p) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\sigma(q)}{r_{pq}} dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S+S_w} \mu(q) \vec{n}_q \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) dS + \varphi_\infty, \quad (9.14)$$

wobei  $\varphi_\infty$  das Potential der Anströmung ist.

Das durch die Kombination der Quellen- und Dipolschicht dargestellte Potential (9.14) erfüllt automatisch die Laplace'sche Gleichung (9.1) und die Randbedingung (9.2). Es müssen nur die Undurchlässigkeitsbedingung (9.3), die Randbedingung an der Wirbelschleife (9.6) oder (9.7) und die Kutta'sche Bedingung (9.5) erfüllt werden.

## 9.2.2 Integralgleichungen der Paneelmethoden

### 9.2.2.1 Potentialbasierte Methoden

Die Strömung innerhalb des Körpers ist physikalisch nicht vorhanden, d.h.  $\varphi^- = const$ . Die Konstante kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit gleich Null gesetzt werden:

$$\varphi^- = const = 0 \quad \text{innerhalb S} \quad (9.15)$$

Setzt man (9.3) und (9.15) in die Formel (9.14) ein, ergibt sich

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\vec{V}_\infty \vec{n} \Rightarrow \sigma = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\vec{V}_\infty \vec{n} \Rightarrow$$

$$\varphi(p) = \frac{(\vec{V}_\infty \vec{n})}{4\pi} \int_S \frac{1}{r_{pq}} dS + \frac{1}{4\pi} \int_S \mu(q) \vec{n}_q \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} \mu_w(q) \vec{n}_q \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) dS.$$

Mit Berücksichtigung von (9.9) und (9.15) ergibt sich schließlich die Fredholm'sche Integralgleichung der zweiten Art:

$$\mu = \varphi^+ - \varphi^- = \varphi \quad \text{an } S, \mu = \varphi^+ - \varphi^- \quad \text{an } S_w \Rightarrow$$

$$\varphi(p) = \frac{(\vec{V}_\infty \vec{n})}{4\pi} \int_S \frac{1}{r_{pq}} dS + \frac{1}{4\pi} \int_S \varphi(q) \vec{n}_q \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S_w} [\varphi^+(q) - \varphi^-(q)] \vec{n}_q \nabla \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) dS \quad (9.16)$$

Die Beschreibung der numerischen Methode zur Lösung (9.16) ist in [26] zu finden. Die potentialbasierte Methode wurde in [20] für die Berechnung der Düsenpropeller eingesetzt.

### 9.2.2.2 Geschwindigkeitsbasierte Methoden

Ähnlich wie bei den potentialbasierten Methoden wird die Quellstärke durch die normale Komponente der Anströmgeschwindigkeit ausgedrückt:

$$\sigma = \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} = -\vec{V}_\infty \vec{n} \quad (9.17)$$

Die Dipolstärke  $\mu$  bleibt unbekannt und wird aus der Undurchlässigkeitsbedingung (9.3) gefunden:

$$\frac{\partial}{\partial n_p} \left[ -\frac{I}{4\pi} \int_S \frac{\sigma(q)}{r_{pq}} dS + \frac{I}{4\pi} \int_{S+S_w} \mu(q) \vec{n}_q \nabla \left( \frac{I}{r_{pq}} \right) dS \right] = -\frac{\partial \varphi_\infty}{\partial n_p} = -\vec{V}_\infty \vec{n} \quad (9.18)$$

Die Integralgleichung (9.18) wird numerisch gelöst. Beispiele der geschwindigkeitsbasierten Paneelmethode sind in [2], [3] und [12] zu finden.

### 9.3 Numerische Methode zur Lösung der Integralgleichung im Rahmen der Paneelmethode

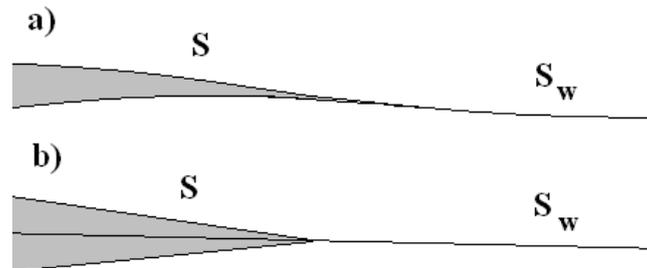
Die numerische Prozedur zur Lösung der Integralgleichung (9.16) oder (9.18) im Rahmen der Paneelmethode beinhaltet die folgenden Teilschritte:

- Darstellung der Geometrie des Antriebs und der Wirbelschleppe
- Diskretisierung der Oberfläche des Antriebs und der Wirbelschleppe
- Diskretisierung der unbekanntes Dipolstärke
- Reduzierung der Integralgleichung zum System der algebraischen Gleichungen
- Lösung des Systems
- Berechnung von Drücken und Kräften

Im Prinzip kann der Antrieb zusammen mit dem Schiffsrumpf durch die Paneelmethode geometrisch sehr genau abgebildet werden. Das macht aber nicht viel Sinn, da die auf der Potentialtheorie basierende Paneelmethode den reibungsbedingten Anteil des Nachstroms nicht erfasst. Die Modellierung des Antriebs zusammen mit dem Schiffskörper benutzt man vereinzelt, um die vom Propeller induzierten Druckschwankungen an der Schiffsoberfläche zu untersuchen. In der Mehrheit der Anwendungen wird aber der Antrieb im vorgegebenen Nachstrom berechnet. Die Anströmgeschwindigkeiten werden entlang der Umfangsrichtung gemittelt. Damit wird der instationäre Charakter der Propellerumströmung vernachlässigt.

Der Antrieb kann den Propeller, die Nabe, die Düse und die Gondel mit dem Stutzen beinhalten. Die Nabe wird als ein halbunendlicher Zylinder modelliert (Abb. 9.4). Die Wirbelschleppenlage wird entweder mit dem im Abschnitt 8.3 beschriebenen Algorithmus berechnet oder ist vorgegeben. Zum Beispiel kann das Wirbelschleppenmodell aus [20] (Abschnitt 8.4) benutzt werden.

Falls der Hinterkantewinkel Null ist (Abb. 9.3 a), fließt die Wirbelschlepe von der Austrittskante tangential ab. Bei dem von Null ungleichen Winkel (Abb. 9.3 b) wird angenommen, dass die Wirbelschlepe die Austrittskante entlang der winkelhalbierenden Linie verlässt.



**Abbildung 9.3: Abfluss der Wirbelschlepe von der Austrittskante in Abhängigkeit vom Hinterkantewinkel**

Im zweiten Teilschritt der Paneelmethode werden die Oberflächen durch eine Menge von Paneelen dargestellt. Die am meisten benutzten Paneele sind die so genannten „quadrilateralen“ viereckigen Elemente, deren Kontur aus vier geraden Abschnitten besteht. Das Paneelnetz soll in Strömungsgebieten mit großen Geschwindigkeitsgradienten höhere Auflösung aufweisen. Diese Gebiete sind der Bereich der Austrittskante, der Bereich der Eintrittskante, der Bereich der Blattspitze und der Übergangsbereich an der Nabe.

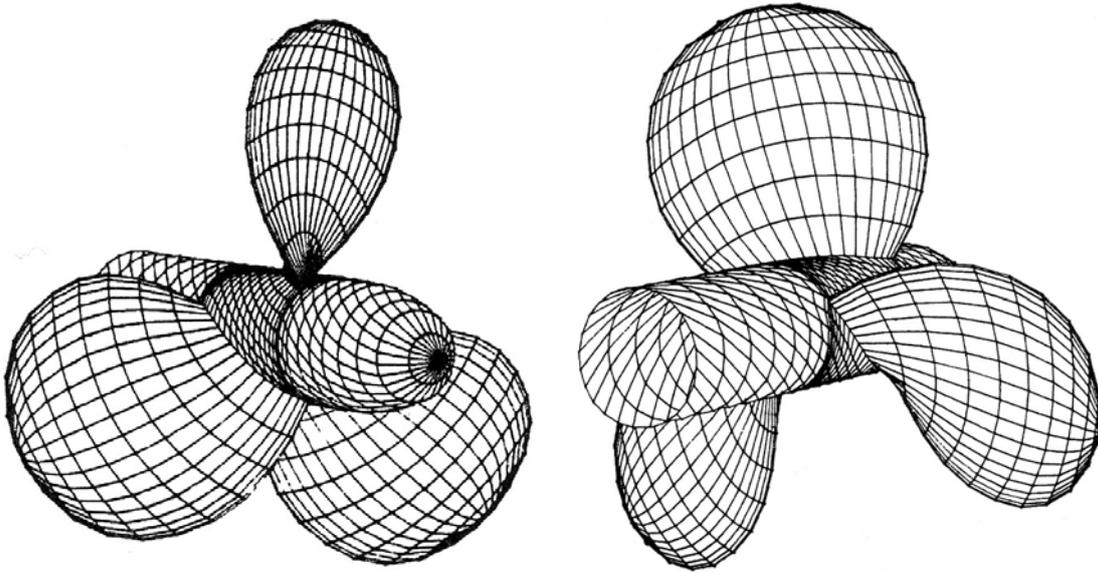
Bei der Erstellung des Netzes in der Profiltiefenrichtung ist die so genannte Cosinusregel üblich (Abschnitt 2.3):

$$x_j = \frac{b}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi(j-1)}{N} \right) \right), j = 1, 2, \dots, N/2+1, \quad (9.19)$$

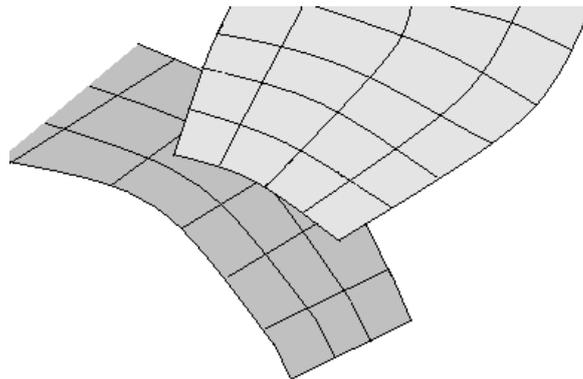
wobei  $x_j$  die Koordinaten der Paneelknotenpunkte und  $b$  die Sehne sind. Für die Verteilung der Knotenpunkte in der radialen Richtung wird die folgende Regel empfohlen [20]

$$r_m = r_H + (R - r_H) \sin \left( \frac{\pi}{2M} (m-1) \right), m = 1, 2, \dots, M+1. \quad (9.20)$$

Das mit (9.19) und (9.20) erstellte Netz wird in Abb. 9.4 gezeigt. Bei der Paneelierung muss aufgepasst werden, dass die seitlichen Kanten der Nachbarpaneele gut angepasst sind. Die in Abb. 9.5 gezeigten Paneelnetze sollen vermieden werden.



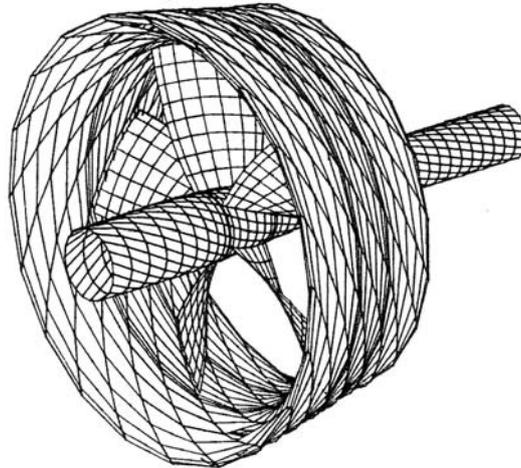
*Abbildung 9.4: Paneelnetz eines Propellers mit Nabe [20]*



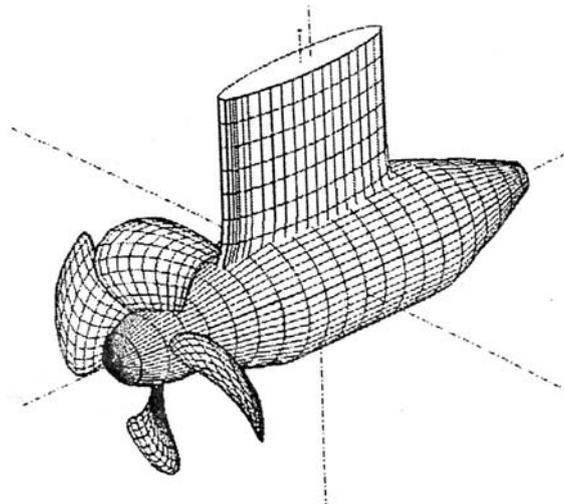
*Abbildung 9.5: Beispiel eines fehlerbehafteten Paneelnetzes*

Abb. 9.6 zeigt das Paneelnetz an der Düsenoberfläche. Das Netz ist schraubenförmig, um die Paneele an der Düsenoberfläche mit Paneelen der Blattspitze anzupassen. Das Netz an der Düse ist im Bereich des Propellers verfeinert. Das Paneelnetz eines POD-Antriebes wird in Abb. 9.7 gezeigt.

Die unbekannte Dipolstärke kann innerhalb jedes Paneels als konstante, lineare oder parabolische Verteilung dargestellt werden. Es gibt Anwendungsbeispiele, in denen die Verteilungen höherer Ordnung benutzt werden (kubische Spline, B-Spline, etc.). Das Paneelnetz der Wirbelschlepe besteht aus zwei Liniengruppen:



**Abbildung 9.6: Paneelnetz eines Düsenpropellers mit der Nabe [20]**



**Abbildung 9.7: Paneelnetz eines Propellers des POD Antriebes [2]**

1. Die erste Gruppe besteht aus den Linien, die sich in Längsrichtung von der Austrittskante bis weit hinter dem Antrieb erstrecken. Sie sind die Fortsetzungen der entsprechenden Längslinien der Paneelnetze an den Oberflächen des Antriebes.
2. Die zweite Gruppe besteht aus den Querlinien, die etwa in gleichen Abständen von den Austrittskanten aufgetragen werden.

Das Verfahren mit quadrilateralen Paneelen und der konstanten Verteilung der Dipolstärke heißen die Paneelmethode der niedrigen Ordnung (low order panel methods). Wird die Approximation der Paneelgeometrie oder der Dipolstärke höher,

wird diese Paneelmethode als „high order panel methods“ genannt. In diesem Kapitel werden „low order panel methods“ betrachtet, d.h.  $\mu = const$  innerhalb jedes Paneels.

Die Kutta'sche Bedingung lautet in diesem Fall (Abb. 9.8)

$$\mu_w = \mu_b - \mu_h \quad \text{entlang jeder Paneelreihe} \quad (9.21)$$

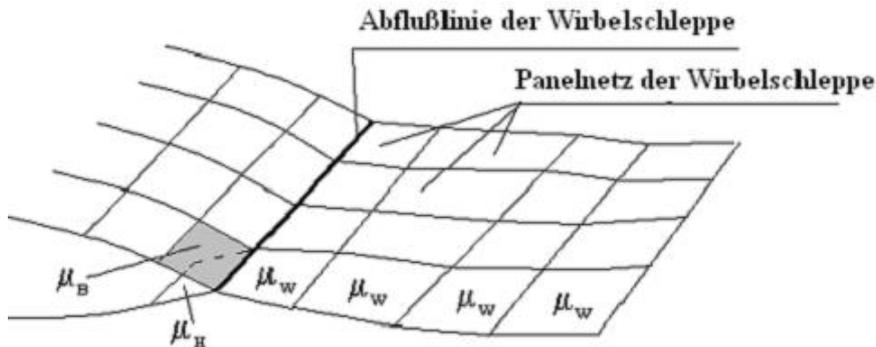


Abbildung 9.8: Paneelnetz in der Wirbelschleppung

Die Dipolstärke ist entlang jeder Paneelreihe stromabwärts konstant (Abb. 9.8). Die Integralgleichung (9.18) wird in den Paneelzentren erfüllt. Damit ergibt sich das System der linearen<sup>13</sup>, algebraischen Gleichungen

$$\sum_{k=1}^N \mu_k a_k(\vec{r}) + \sum_{l=1}^M \mu_{wl} b_l(\vec{r}) = c(\vec{r}), \quad (9.22)$$

wobei

$$a_k(\vec{r}) = \frac{\vec{n}(\vec{r})}{4\pi} \int_{S_k} \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r-r_1} \right) \right] dS(\vec{r}_1)$$

$$b_l(\vec{r}) = \frac{\vec{n}(\vec{r})}{4\pi} \int_{S_{wl}} \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r-r_1} \right) \right] dS(\vec{r}_1)$$

$$c(\vec{r}) = \vec{n}(\vec{r}) \left[ \sum_{k=1}^N \frac{\sigma_k}{4\pi} \int_{S_k} \nabla \left( \frac{1}{r-r_1} \right) dS(\vec{r}_1) - \nabla \phi_\infty \right]$$

Wird die Dipolstärke  $\mu_w$  in der Wirbelschleppung durch die Dipolstärke an den

<sup>13</sup> falls die Lage der Wirbelschleppung vorgegeben wird.

Oberflächen des Antriebs  $\mu$  ausgedrückt, kann das System (9.22) in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\sum_{k=1}^N \mu_k A_{ik} = B_i, \quad (9.23)$$

wobei

$$A_{ik} = a_k(\vec{r}_i) \quad \text{falls Panel k nicht an der Abflusslinie ist}$$

$$A_{ik} = a_k(\vec{r}_i) \pm \sum_{n=1}^{\mu_k} b_n(\vec{r}_i) \quad \text{falls Panel k an der Abflusslinie ist}$$

$$B_i = C_k(\vec{r}_i)$$

Ist die Dipolstärke aus (9.23) bekannt, werden die zwei zur Körperoberfläche tangentialen Störgeschwindigkeiten durch die Ableitung der Dipolstärke nach den entsprechenden Koordinaten berechnet

$$u_\xi = \frac{\partial \mu}{\partial \xi}, u_\zeta = \frac{\partial \mu}{\partial \zeta}. \quad (9.24)$$

Hierbei sind  $\xi$  und  $\zeta$  die lokalen, tangentialen Koordinaten an der Oberfläche S. Die normale Komponente der gestörten Geschwindigkeit ist

$$u_n = \sigma \quad (9.25)$$

Der Druckbeiwert wird aus der Formel

$$C_p = 1 - \frac{|u^2|}{V_\infty^2} \quad (9.26)$$

berechnet, wobei  $\vec{u} = \vec{V}_\infty + u_\xi \vec{e}_\xi + u_\zeta \vec{e}_\zeta + u_n \vec{e}_n$  die gesamte Geschwindigkeit ist. Damit lassen sich der Kraftbeiwert und der Momentsbeiwert finden:

$$\vec{C} = -\int_S C_p \vec{n} dS, \vec{C}_m = \int_S C_p \vec{n} \times \vec{r} dS \quad (9.27)$$

Zusätzlich sollen dazu die reibungsbedingten Kräfte mit empirischen Methoden berechnet und zu  $\vec{C}$  und  $\vec{C}_m$  addiert werden.

## 9.4 Einsatzgebiet von Paneelmethode

Die Paneelmethode sind eine Zwischenstufe in der Entwicklung der numerischen Methoden zur Berechnung der hydrodynamischen Eigenschaften der Propeller (Abb. 6.1). Sie liegen zwischen dem auf der Tragflächentheorie basierenden Methoden und der RANS CFD Verfahren (Kapitel 10). Die Wirbelgitterverfahren und die Paneelmethode liefern, laut vorherrschender Meinung, etwa die gleiche Genauigkeit bei der Berechnung der integralen Beiwerte  $K_T, K_Q$  und  $\eta$ . Trotzdem wird das Einsatzgebiet der Paneelmethode mit den Jahren breiter, weil sie die folgenden Vorteile gegenüber den auf der Tragflächentheorie basierenden Methoden aufweisen:

- Die Druckverteilung wird genauer berechnet, was für die Vorhersage des Kavitationsauftretens wichtig ist.
- Die Nabe wird genauer modelliert.
- Die Modellierung der komplizierten Antriebssysteme, wie z.B. der Düsenpropeller oder der POD Antriebe, ist mit der Paneelmethode natürlicher und leichter als mit den Tragflächenmethoden.

Tabelle 9.1 zeigt den Vergleich der gemessenen Beiwerte mit Berechnungen von verschiedenen Paneel- und RANS-Methoden. Durchschnittlich weichen die Vorhersagen der Paneelmethode beim Schubbeiwert um etwa 5%, beim Momentbeiwert um etwa 10% und beim Wirkungsgrad um etwa 10-15% von den gemessenen Werten ab.

## Übungen

1. Erklären Sie, warum die Genauigkeit der Vorhersage des Schubbeiwertes höher als des Momentbeiwertes ist!
2. Es wird behauptet, dass die Druckverteilung mit Paneelmethode genauer berechnet wird als mit der Tragflächentheorie. In welchem Bereich des Blattes ist dieser Vorteil besonders wichtig und warum?
3. Berechnen Sie ein Profil mit dem Programm Autowing! Analysieren Sie die Ergebnisse in Abhängigkeit von der Paneelanzahl.
4. Wie würden Sie die Reibung im Rahmen der Paneelmethode berücksichtigen?
5. Mit einer numerischen Methode wurde ein Propeller mit dem Durchmesser 2 m bei einer Schiffsgeschwindigkeit von 5 m/sek berechnet. Laut der Ergebnisse beträgt der Schub 20 kN und der Wirkungsgrad 0.9. Wie kann man nachweisen, dass dieses Ergebnis fehlerhaft ist?

**Tabelle 9.1: Vergleich der Genauigkeit von Paneel- und RANS CFD Methoden zur Berechnung der Propeller [3]. DTMB 4119, Fortschrittsgrad 0.833.**

<b>Paneelmethode</b>	$K_T$	$10K_Q$	$\eta$
Experiment	0.146	0.280	0.692
Kerwin&Hsin, potential based, grid 30×40.	0.144(-2.1%)	0.266(-5.3%)	0.716(+3.5%)
Maskew&Fraser, potential based, grid 15×60.	0.143(-2.1%)	0.230(-17.9%)	0.824(+19%)
Yamasaki, vortex lattice method, grid 10×24.	0.157(+7.5%)	0.259(-7.5%)	0.804(+16%)
Caprino&Caponetto, potential based, grid 17×24.	0.147(+0.7%)	0.257(-8.2%)	0.758(+9.5%)
Moon&Lee, potential based, grid 18×60.	0.147(+0.7%)	0.284(+1.5%)	0.686(-0.9%)
Achkinadse&Krasilnikov Velocity based Panelmethod, grid 11×40, without hub.	0.150(+2.7%)	0.285(+1.8%)	0.697(+0.7%)
Achkinadse&Krasilnikov Velocity based Panelmethod, grid 11×40, with hub.	0.148(+1.4%)	0.282(+0.7%)	0.695(+0.4%)

<b>RANS</b>	$K_T$	$10K_Q$	$\eta$
Experiment	0.146	0.280	0.692
Stanier	0.147(+0.7%)	0.287(+2.5%)	0.679(-1.9%)
Chang	0.145(-0.7%)	0.254(-10.2%)	0.757(+9.4%)
Uto	0.161(+10.3%)	0.307(+9.6%)	0.698(+0.9%)
Chen&Stern	0.152(+4.1%)	0.278(-0.7%)	0.725(+4.8%)



## 10. CFD RANS in der Propellertheorie

### 10.1 Einführung

Die Zähigkeit der Fluide ist für die Berechnung von Propellern von Bedeutung. Erstens können die CFD Methoden die Genauigkeit der theoretischen Vorhersage des Schubes und besonders des Drehmomentes sowie des Wirkungsgrades, auch bei der Freifahrt, wesentlich verbessern (s. Tabelle 9.1). Zweitens wird die Zähigkeit in Betracht gezogen, um den Nachstrom zu berechnen. Der Propeller wird durch die dicke ungleichförmige Grenzschicht des Schiffsrumpfes stark beeinflusst. Die Kenntnis des Nachstromfeldes ist eine grundlegende Voraussetzung für den Entwurf eines optimalen Propellers. Der letzte Grund besteht darin, dass die numerischen Strömungsberechnungen Abhilfe schaffen können, um Maßstabs Effekte abzuschätzen. Wie bekannt ist, wird beim Propulsionsversuch mit dem Modell die Einhaltung der Reynoldszahl problematisch. Die numerischen CFD RANS Methoden haben keine Einschränkungen bezüglich der Reynoldszahl.

### 10.2 Gleichungen der CFD RANS

Das zu lösende gekoppelte Gleichungssystem beinhaltet

die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (10.1)$$

die Reynoldsgemittelten Navier Stokes Gleichungen (Reynolds averaged Navier Stokes equations RANSE)

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = \rho \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ji} - \overline{\rho u'_i u'_j}) , \quad (10.2)$$

wobei  $\bar{\tau}_{ji}$  die laminaren Schubspannungen

$$\bar{\tau}_{ji} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10.3)$$

sind,  $\bar{F}_i$  der Vektor der äußeren Beschleunigungen und  $\mu$  die dynamische Viskosität ist.

Die Matrix der Reynoldsspannungen

$$\tau_{ij}^t = \begin{pmatrix} -\overline{\rho u'_x u'_x} & -\overline{\rho u'_x u'_y} & -\overline{\rho u'_x u'_z} \\ -\overline{\rho u'_x u'_y} & -\overline{\rho u'_y u'_y} & -\overline{\rho u'_y u'_z} \\ -\overline{\rho u'_x u'_z} & -\overline{\rho u'_y u'_z} & -\overline{\rho u'_z u'_z} \end{pmatrix} \quad (10.4)$$

ist unbekannt und soll durch verschiedene Schließungsansätze berechnet werden. Der Strich in (10.1)-(10.3) bedeutet die Mittelung nach Reynolds, z.B.

$$\bar{u}_i(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1-T/2}^{t_1+T/2} u_i(t) dt. \quad (10.5)$$

Die Mittelung nach Reynolds (10.5) bereitet Schwierigkeiten, sofern niederfrequente Schwankungen in der turbulenten Strömung auftreten. In diesem Fall ist es schwierig die Mittelungsperiode  $T$  eindeutig zu definieren. Das Ergebnis ist stark von  $T$  abhängig. Die Mittelung nach Reynolds ist für solche Strömungen durch die Ensemblemittelung zu ersetzen. Für die Ermittlung der nach dem Ensemble gemittelten Größen, soll die Messung einer turbulenten Größe  $u_i$   $N$ -Mal durchgeführt werden. Die gemittelte Größe  $\bar{u}_i$  wird dann als arithmetischer Mittelwert definiert:

$$\bar{u}_i(A, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_{in}(A, t) \quad (10.6)$$

Hier ist  $A$  der Raumpunkt in dem die gemittelte Größe  $\bar{u}_i$  zu einem bestimmten Zeitpunkt berechnet wird. Der Unterschied zwischen dem aktuellen Wert  $u_i$  und dem gemittelten Wert  $\bar{u}_i$  liefert die Schwankung:

$$u'_i = u_i - \bar{u}_i \quad (10.7)$$

### 10.3 Turbulenzmodelle

Die zurzeit im Maschinenbau verwendenden Turbulenzmodelle basieren auf dem Boussinesq'schen Ansatz (1877). Nach diesem Ansatz ist die durch Turbulenz verursachte Vermischung der molekularen Diffusion ähnlich. Die turbulenten Spannungen können dann in der zu (10.3) ähnlichen Form, aber mit einem anderen Koeffizient  $\nu_t$ , geschrieben werden

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \rho \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \quad (10.8)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

wobei  $\nu_t$  der Beiwert der turbulenten kinematischen Viskosität ist. Aus den Diagonalelementen werden noch zwei Drittel der turbulenten kinetischen Energie  $k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$  abgezogen. Damit bleibt die Gleichung (10.8) für  $i=j$  korrekt, wenn die Regel  $\overline{u_i' u_i'} = \overline{u_x' u_x'} + \overline{u_y' u_y'} + \overline{u_z' u_z'}$  verwendet wird. Ohne diesen Abzug wäre  $\overline{u_x' u_x'} + \overline{u_y' u_y'} + \overline{u_z' u_z'} = -2\nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} \right) = 0$ , was offensichtlich falsch ist, weil auf der linken Seite (10.8) eine positive Größe steht, die in der turbulenten Strömung ungleich Null ist.

Im einfachsten Fall der zweidimensionalen Strömung  $u_x = u_x(y)$ ,  $u_y = 0$  entlang einer Platte  $u_y = 0$  lautet die Formel (10.8)

$$-\rho \overline{u_x' u_y'} = \rho \nu_t \frac{d\bar{u}_x}{dy}. \quad (10.9)$$

Der wichtigste Vorteil der Boussinesq'schen Formel besteht darin, dass statt 6 unbekanntem Reynoldsspannungen nur eine einzige Unbekannte, die turbulente kinematische Viskosität  $\nu_t$  auftritt. Bei hohen Reynoldszahlen kann  $\nu_t$  um mehrere Ordnungen größer als die laminare kinematische Viskosität  $\nu$  sein. Zur Bestimmung der turbulenten Viskosität werden verschiedene halbempirische Ansätze eingesetzt.

Im Rahmen des  $k - \varepsilon$  Modells wird die turbulente Viskosität durch die kinetische Energie  $k$  und die Dissipationsrate der kinetischen Energie

$\varepsilon = \frac{1}{2} \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  ausgedrückt. Aus der Dimensionsanalyse ergibt sich

$$\nu_t = C_\mu \sqrt{k} L. \quad (10.10)$$

wobei  $L$  ein Längenmaß des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes und  $C_\mu = 0,09$  ist. Kolmogorov und Prandtl haben die folgende Relation zwischen  $k$  und  $\varepsilon$  für die sich im Gleichgewichtszustand<sup>14</sup> befindliche Turbulenz hergeleitet

$$\varepsilon \approx \frac{k^{3/2}}{L}, \quad (10.11)$$

Der gesuchte Zusammenhang ergibt sich aus (10.10) und (10.11)

$$v_t = C_\mu qL = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (10.12)$$

Die unbekanntenen  $k$  und  $\varepsilon$  werden aus den folgenden Transportgleichungen berechnet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{C_{\varepsilon 2} \varepsilon^2}{k} \end{aligned} \right\} \quad (10.13)$$

Die aus den Messungen entnommenen Konstanten des  $k-\varepsilon$  Modells sind:  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ ,  $\sigma_k = 1$  und  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ . Um die Reynolds'schen Spannungen zu bestimmen, sollen die aus (10.13) ermittelten  $k$  und  $\varepsilon$  in (10.8) eingesetzt werden.

Die Gleichungen (10.1), (10.2), (10.8) und (10.13) werden als ein gekoppeltes System partieller Differentialgleichungen numerisch gelöst. Die Randbedingungen für dieses System beinhalten die Haftbedingungen an den festen Oberflächen, die Einstromrandbedingungen am Einlass und „Outlet“ Bedingungen am Auslass des Rechengebietes. Für Details und Tipps zur Einstellung der Randbedingungen siehe [8] und/oder die Bedienungsanleitungen der kommerziellen Programme CFX, Fluent und STAR CD.

Für das  $k-\varepsilon$  Modells wurden die Annahmen gemacht, die in der Wirklichkeit nur bei sehr großen Reynolds'schen Zahlen gültig sind. Ist die Reynoldszahl klein oder moderat, liefert das Modell falsche Ergebnisse. Besonders kritisch ist die Berechnung in Wandnähe, wo die Geschwindigkeiten und die Reynoldszahl aufgrund der Haftbedingungen sehr klein sind.

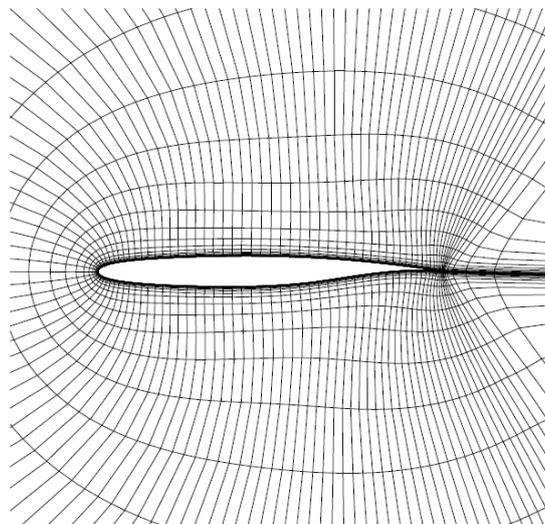
<sup>14</sup> d.h., es wird die Dissipation der kinetischen turbulenten Energie der Schwankungen durch die von der gemittelten Strömung erzeugten Energie völlig kompensiert

Eine Idee, dieses Problem zu beseitigen, ist die Anwendung von Wandfunktionen. Nach dieser Methode wird die Strömung im wandnahen Bereich durch einfache analytische Ansätze mit unbekanntem Koeffizienten beschrieben. Die Strömung weit von der Wand wird numerisch berechnet. Die unbekanntem Koeffizienten liefern im wandnahen Bereich die Anpassung der Strömung an die numerisch erfasste Strömung. Eine andere Idee, die von Menter [24, 25] vorgeschlagen wurde, besteht in der Kombination von zwei Modellen:  $k - \varepsilon$  und  $k - \omega$ . Das  $k - \varepsilon$  Modell funktioniert weit von Wänden zuverlässig und ist in Wandnähe ungültig, während das  $k - \omega$  Modell gute Ergebnisse in Wandnähe liefert und weit von Wänden versagt. Deshalb ist es logisch diese zwei Modelle so zu kombinieren, dass das gesamte Modell überall gültig wird. Dies wird durch „Blending“ von zwei Modellen realisiert. So entstand das so genannte SST Modell, das in Wandnähe als  $k - \omega$  Modell und weit von Wänden als  $k - \varepsilon$  Modell funktioniert.

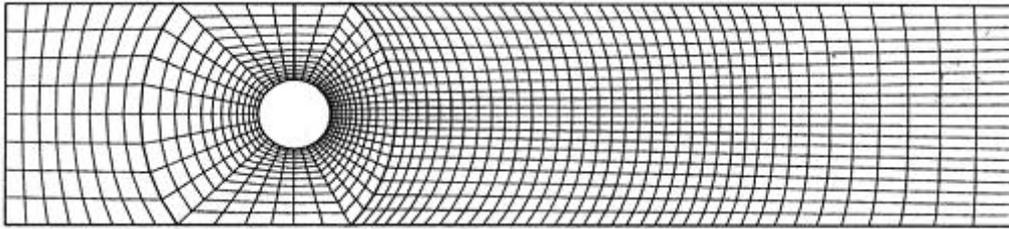
## 10.4 Numerische Lösung

Das oben beschriebene System wird mit Hilfe der Finiten Volumen Methode (FVM) numerisch gelöst. Nach dieser Methode wird zuerst das Rechengebiet diskretisiert und mit einem Netz bedeckt. Dabei gibt es verschiedene Netztypen [8], [34]:

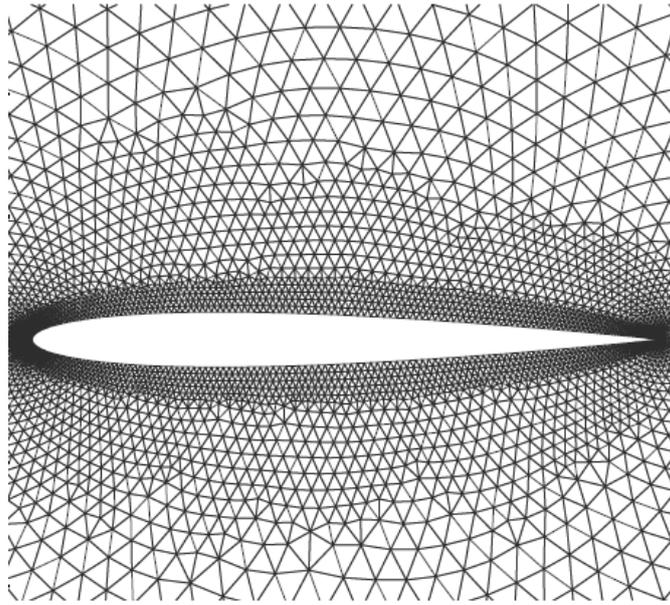
- strukturierte (Abb.10.1)
- blockstrukturierte (Abb.10.2)
- unstrukturierte (Abb. 10.3)
- überlappende Netze



**Abbildung 10.1: Beispiel eines strukturierten Netzes für ein Blattprofil**



**Abbildung 10.2: Beispiel eines blockstrukturierten Netzes [8]**



**Abbildung 10.3: Beispiel eines unstrukturierten Netzes für ein Blattprofil**

Aufgrund der komplexen Propellergeometrie und des dreidimensionalen Schiffshecks ist der Einsatz eines strukturierten Rechengitters nicht möglich. Die Simulation der Propellerumströmung kann nur mit unstrukturierten oder blockstrukturierten Gittern durchgeführt werden.

Die Eckpunkte des Netzes bilden die Kontrollvolumina. Die Gleichungen (10.1), (10.2), (10.8) und (10.13) werden für jedes Volumen im integralen Sinne erfüllt. Dafür werden die Gleichungen innerhalb jedes Volumens  $U$  integriert. Zum Beispiel lautet die Integration für (10.2)

$$\rho \int_U \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} dU + \rho \int_U \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} dU = \rho \int_U \bar{F}_i dU - \int_U \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} dU + \int_U \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ji} - \rho \overline{u'_i u'_j}) dU. \quad (10.14)$$

Überall, wo es möglich ist, werden die Volumenintegrale zu Oberflächenintegralen mit Hilfe des Gauß'schen Theorems reduziert:

$$\rho \int_U \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} dU + \rho \int_S \bar{u}_i (\bar{u}_k n_k) dS = \rho \int_U \bar{F}_i dU - \int_S p (n_k e_k) dS + \int_S (\bar{\tau}_{ki} - \rho \overline{u'_i u'_k}) n_k dS, \quad (10.15)$$

wobei  $S$  die Oberfläche des Kontrollvolumens und  $\vec{n}$  der Normalvektor zu  $S$  ist  $\vec{e} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ . Die Integrale in (10.15) werden mit der Mittelwertregel berechnet und die Ableitungen werden durch Finite Differenzen dargestellt, wodurch die partielle differentiale Gleichung zum System der algebraischen Gleichungen reduziert wird. Da der zweite Term der Gleichung (10.15) nichtlinear ist, wird ein Iterationsverfahren verwendet. Eine ausführliche Beschreibung der FVM Methode findet man in [8].

## 10.5 Zwei Modelle zur Darstellung des Propellers

Im Rahmen der CFD RANS sind die folgenden Propellermodelle im Einsatz:

- das Modell des Propellers durch den Drucksprung verteilt auf einer Scheibe mit dem Propellerdurchmesser
- das Modell des Propellers mit exakter Darstellung der Propellergeometrie

Das erste Modell ist ein vereinfachtes Modell des Propellers, das die folgenden Nachteile aufweist:

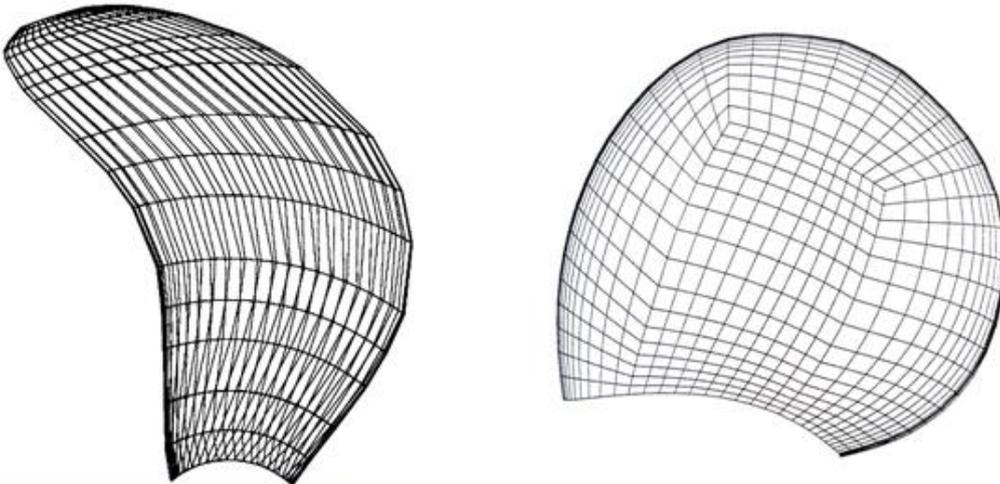
- Es benötigt eine externe Methode für die Berechnung des Schubes und der Schubverteilung im Nachstrom.
- Die Wirkung des Propellers auf Anhänge und Rumpf wird im zeitlichen Mittel erfasst.
- Die Propellerkavitation kann nicht erfasst werden.

Das zweite Modell ist genauer aber erfordert mehr Rechenkapazitäten. Das erste Modell wird angewandt, um die Wechselwirkung des Propellers mit umgebenden Körpern oder den Einfluss des Propellers auf die Umgebung abzuschätzen.

## 10.6 Gitter für Propelleranwendungen

Der Propeller wird im Freifahrtsversuch ohne Berücksichtigung des Rumpfes üblicherweise in einem zusammen mit dem Propeller rotierenden System berechnet. Die Gleichungen (10.1), (10.2), (10.8) und (10.13) werden dafür im rotierenden Referenzsystem dargestellt.

Dabei werden blockstrukturierte Netze verwendet. In letzter Zeit kamen auch unstrukturierte Netze mehr und mehr zum Einsatz. Ähnlich wie bei der Paneelmethode sollen die Netze in den Bereichen, in denen sich die Strömungsparameter stark ändern, eine hohe Auflösung haben. Abb. 10.4 zeigt die blockstrukturierten Netze am Propellerblatt.



*Abbildung 10.4: Beispiele des Netzes am Propellerblatt [1] und [33]*

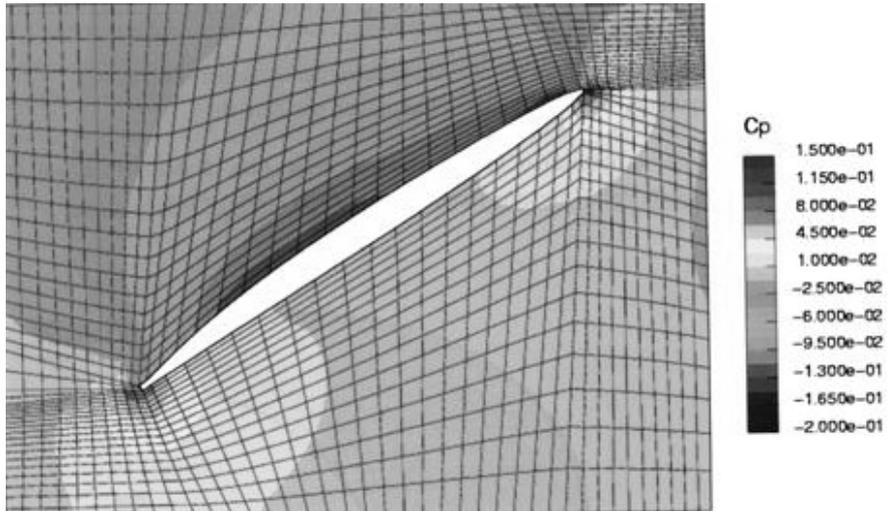
Die Knotenverteilungen in einer Strömung um ein Blattprofil und den Propeller mit Nabe wird in Abbildungen 10.5 und 10.6 gezeigt.

Wird der Propeller zusammen mit dem Schiffsrumpf untersucht, verwendet man die Sliding-Mesh -Methode, die eine Kombination aus rotierenden und stehenden Netzen ist. Das stehende Netz ist mit dem Schiff fest verbunden. Der Propeller befindet sich dabei in einem rotierenden Netzblock (Abb. 10.7). Für diese Berechnungsmethode sind die Rechengebiete am Übergang zwischen rotierenden und stehenden Netzen nicht zusammenhängend, so dass eine Verdrehung der Netze möglich ist. An den Berührungsflächen der beiden Systeme werden die Größen entsprechend interpoliert. Mit der Sliding- Mesh- Methode kann die instationäre Strömung gerechnet werden.

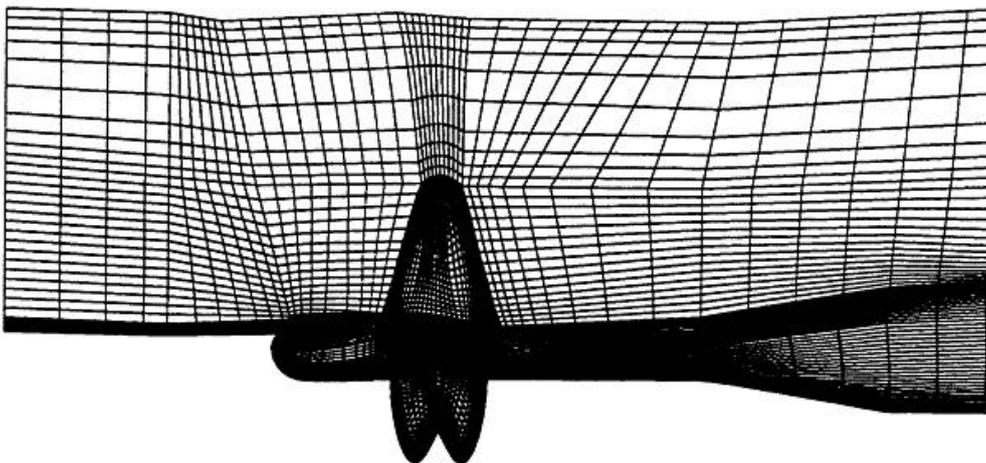
## **10.7 Einige ausgewählte Ergebnisse**

### **10.7.1 Ergebnisse für die Freifahrt**

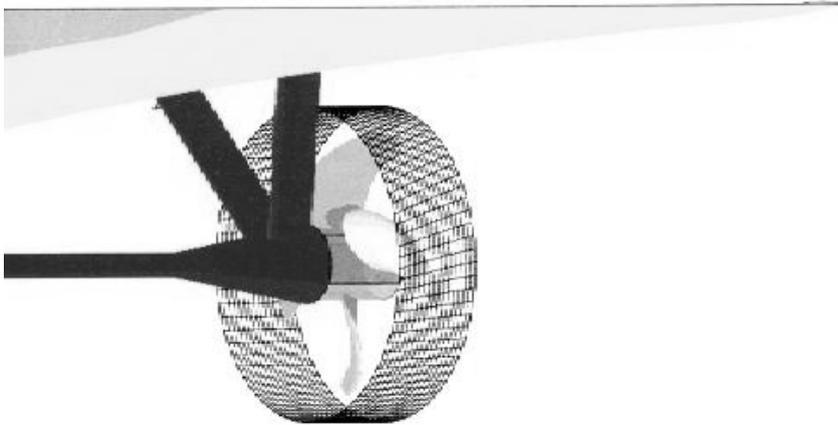
Wie schon bei der Erläuterung von Tabelle 9.1 festgestellt wurde, bringen die RANS Methoden eine deutliche Verbesserung gegenüber den Paneelmethode bei der Ermittlung der integralen hydrodynamischen Parameter für den Propeller in der Freifahrt (Tab 9.1). Der Schub wird mit einer Genauigkeit von etwa 2-3 % und der Drehmoment mit etwa 5-7 % im Vergleich zu den Messungen vorhergesagt. Die Übereinstimmung kann besser (Abb. 10.8), manchmal aber auch etwas schlechter (Abb. 10.9) sein.



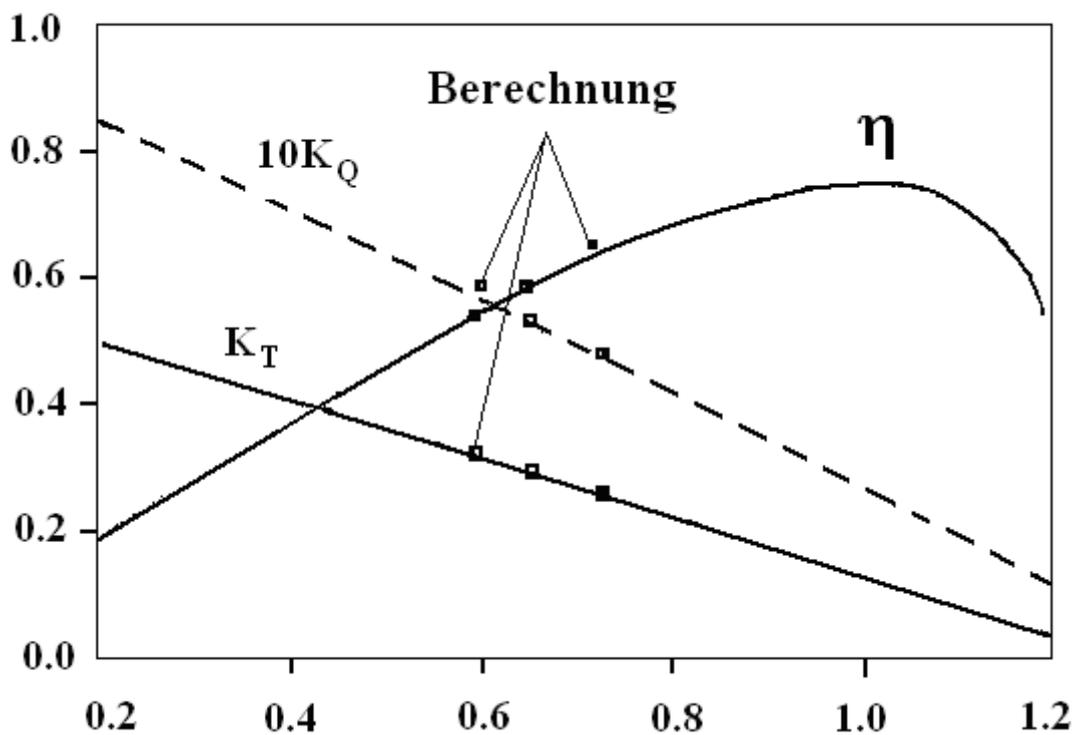
*Abbildung 10.5: Netz und Druckfeld um einen Flügel auf Zylinderschnitt. RoRo Propeller [33]*



*Abbildung 10.6: Seitenansicht des Rechennetzes [1]*



**Abbildung 10.7: Propellerzylinder mit dem schiffsseitigen Anschluss des Volumennetzes. RoRo-Schiff [33]. 1 200 000 Zellen insgesamt, 220 000 Zellen im Propellerzylinder**



**Abbildung 10.8: Berechnete und gemessene Freifahrtbeiwerte für Propeller 8027 (RoRo Schiff) [33]**

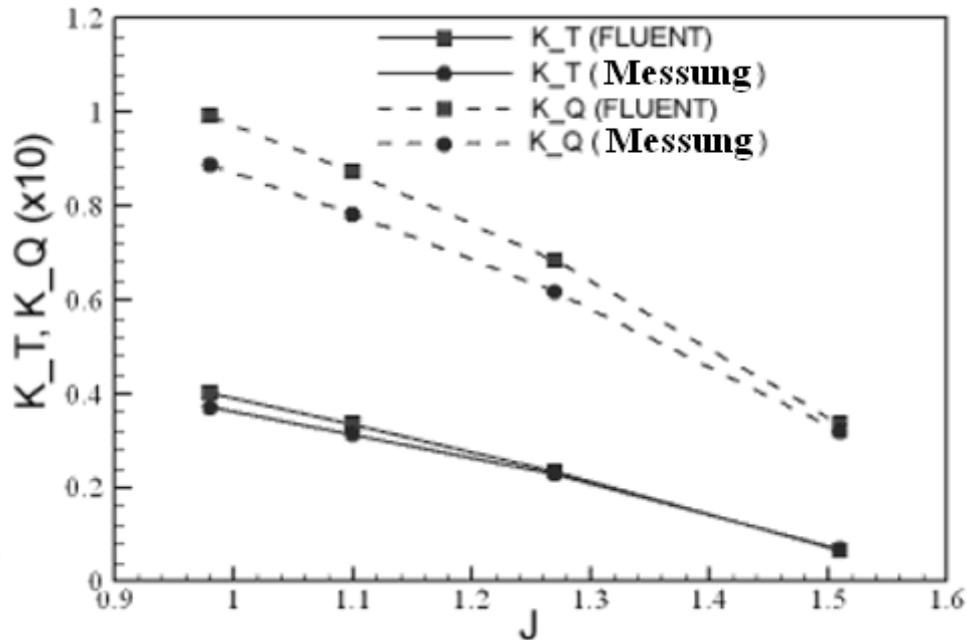


Abbildung 10.9: Berechnete und gemessene Freifahrtbeiwerte für Propeller P5168 (5 Blätter, high skew) [23]

### 10.7.2 Ergebnisse für den Nachstrom und Nachlauf

Die Berechnung des Nachstromes mittels CFD bereitet nach wie vor Probleme. Die Übereinstimmung mit den Messungen ist noch nicht befriedigend. Abb. 10.10 zeigt die gemittelte, berechnete axiale Geschwindigkeit in der Propellerebene eines Einschraubers (links) im Vergleich zu den Messungen (rechts). Es ist zu sehen, dass die Übereinstimmung nicht befriedigend ist.

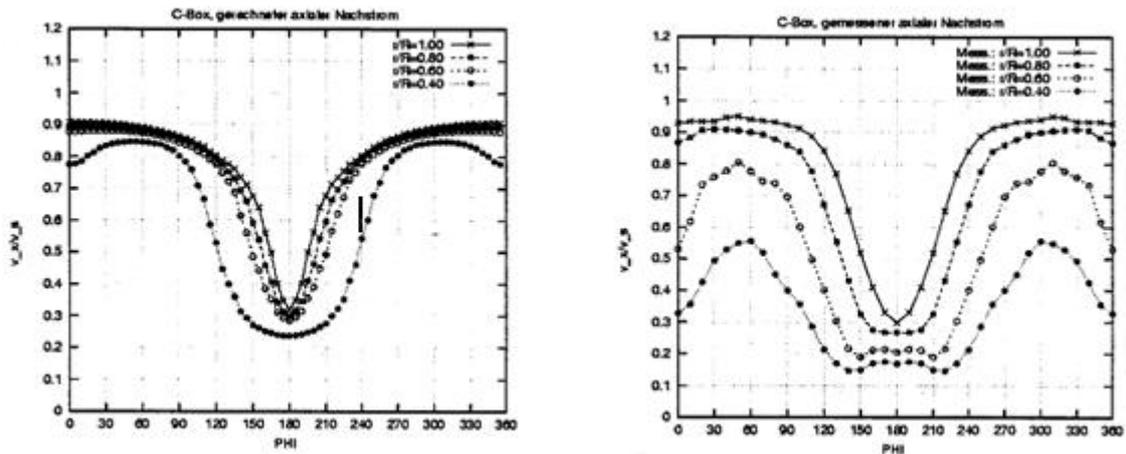


Abbildung 10.10: Berechnete axiale Komponente des Nachstroms (links) im Vergleich zur Messung (rechts). C-Box, Propellerebene. Schlepplbedingung [33]

Als mögliche physikalische Ursache der Diskrepanz wurde die massive Strömungsablösung im Heckbereich des Modells genannt. Das liegt daran, dass die RANSE Methoden die Lage der Ablösestelle falsch bestimmen.

Das Geschwindigkeitsfeld im Nachlauf eines Propellers in der Freifahrt wird in Abb. 10.11 dargestellt.

An der Flügelspitze weichen die Rechnungen und Messungen voneinander ab. Die Übereinstimmung für die Radialgeschwindigkeiten für  $\frac{r}{R} < 0,6$  ist unbefriedigend. Als mögliche Ursachen der Diskrepanz wurden in [33] folgende Gründe genannt:

- das Rechenetz ist nicht optimal
- der Vordrall in der Anströmung wurde nicht berücksichtigt
- das Turbulenzmodell ist nicht optimal

Diese zwei Beispiele zeigen deutlich, dass die RANS CFD Methoden noch nicht ausgereift sind. Es gibt sowohl Probleme technischer (Netze, Genauigkeit der geometrischen Modellierung, Auflösung, etc.), als auch prinzipieller Art (Modellierung der Turbulenz, Ablösungen).

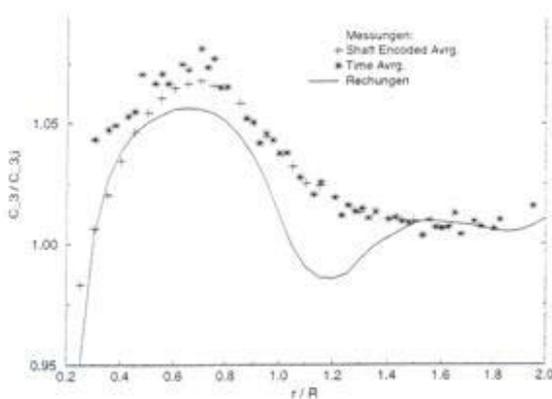


Abbildung 5: Umfangsgemittelte Axialgeschwindigkeiten bei  $z_1/R = -0,3$

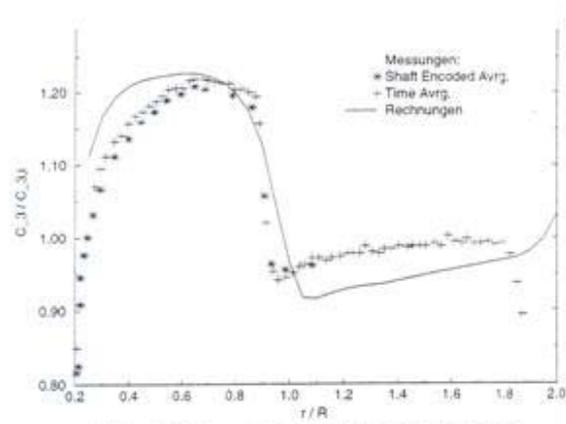


Abbildung 6: Umfangsgemittelte Axialgeschwindigkeiten bei  $z_1/R = 0,325$

**Abbildung 10.11: Verteilung der umfangsgemittelten, axialen Geschwindigkeit am Propellerort und im Nachlauf [1]. Links: in der Nähe der Flügelseintrittskante; rechts: kurz nach dem Propeller. Punkte - Messungen, Linien - Berechnung**

### 10.7.3 Ergebnisse für den Propeller mit dem Schiff

Ein Vergleich der gemessenen und der berechneten Schub- und Momentenbeiwerte des Propellers, der Sogziffer für einen Einschrauber (C-Box) und einen Zweischauber (RoRo) ist

in der Tabelle 1 [33] zu sehen. Der Schiffsrumpf wird mit dem Propeller als ein einheitliches hydrodynamisches System unter Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen dem Propeller und dem Rumpf zusammen berechnet. Die Übereinstimmung ist für den Zweischrauber relativ gut, für den Einschrauber aber nur befriedigend.

## 10.8 Modellierung der Kavitation mittels CFD RANS Methoden

Mit CFD RANS Methoden lässt sich die Kavitation sowohl bei den stationären als auch bei den nichtstationären Anströmbedingungen ermitteln. Besonders eindrucksvoll sind die Berechnungen der Entstehung, Entwicklung und Auflösung der Kavitation an einem drehenden Propellerblatt in Abhängigkeit von den Flügelwinkeleinstellungen. Die zahlreichen potentialtheoretischen Ansätze der Kavitationsmodellierung, in denen die Kavitationsblase als ein Hohlraum mit hydrodynamischen Singularitäten (meistens mit Quellen/Senken) modelliert wird, sind im Vergleich mit CFD RANS Methoden sehr nachteilig. Viele physikalische Phänomene, die im Rahmen der CFD RANS auf Basis des allgemeinen Algorithmus direkt modelliert werden, erfordern im Rahmen der potentialtheoretischen Ansätze zusätzliche Annahmen und spezifische Behandlung, die nicht universell sind. Zum Beispiel hat die durch die Zähigkeit bedingte Strömungsablösung im Bereich der Eintrittskante einen großen Einfluss auf das Auftreten der Kavitation. Das soll in potentialtheoretischen Methoden durch zusätzliche spezielle Untermodelle berücksichtigt werden. Allerdings sind diese Modelle oftmals sehr ungenau.

**Tabelle 10.1: Vergleich der gemessenen und der berechneten Schub- und Momentenbeiwerte des Propellers und der Sogziffer für einen Einschrauber (C-Box) und einen Zweischrauber (RoRo)**

	<i>C-Box</i>			<i>RoRo</i>		
	<i>Großausführung</i>	<i>Messung Modell</i>	<i>Rechnung Modell</i>	<i>Großausführung</i>	<i>Messung Modell</i>	<i>Rechnung Modell</i>
<b>Tiefgang</b>	9.75 m	0.405 m	0.405 m	7.40 m	0.346 m	0.346 m
<b>Reibungssabzug N</b>	0	20.56	0	0	42.4	0
<b>Drehzahl [1/s]</b>	2.097	10.29	10.29	2.18	10.09	10.09
<b><math>K_T</math></b>	0.226	0.226	0.193	0.192	0.192	0.193
<b><math>K_Q</math></b>	0.0311	0.0311	0.0306	0.0371	0.0371	0.0388
<b>Sogziffer</b>	0.165	0.165	0.194	0.132	0.132	---

Die Kavitation wird im Rahmen der RANS als eine zweiphasige Strömung betrachtet. Der Volumenanteil des Dampfes in den einzelnen Zellen wird durch den Fraktionsparameter  $\alpha = U_D / (U_D + U_l)$  beschrieben, wobei  $U_D$  das Dampfvolumen und

$U_l$  das Flüssigkeitsvolumen in der Zelle mit dem Volumen  $U_D + U_l$  sind. Für die skalare Größe  $\alpha$  wird die allgemeine Transportgleichung, die physikalisch das Erhaltungsgesetz für  $\alpha$  bedeutet, geschrieben:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{u}) = Q_\alpha \quad (10.16)$$

Der Quellterm  $Q_\alpha$  beschreibt die Verdampfung und die Kondensation des Dampfes. Der Dampf wird als eine Menge von kugelförmigen Blasen mit dem Radius  $R$  betrachtet. Wird die spezifische Anzahl der Blasen  $n_0$  eingeführt, kann der Dampfvolumenteil durch den Flüssigkeitsvolumenteil folgendermaßen ausgedrückt werden

$$U_D = n_0 \frac{4}{3} \pi R^3 U_l. \quad (10.17)$$

Es wird vorausgesetzt, dass der Parameter  $n_0$  bekannt ist.

Damit ergeben sich die folgenden Ausdrücke für den Volumenteil des Dampfes und die Änderung des Volumenteils entlang der Flüssigkeitsteilchenbahn:

$$\alpha = \frac{n_0 \frac{4}{3} \pi R^3}{n_0 \frac{4}{3} \pi R^3 + 1} \quad (10.18)$$

und

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{4n_0\pi R^2(1-\alpha)}{n_0 \frac{4}{3} \pi R^3 + 1} \frac{dR}{dt} \quad (10.19)$$

Die Gleichung (10.16) wird durch die substanzielle, zeitliche Ableitung  $\frac{d\alpha}{dt}$  wie folgt umgeschrieben

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{u}) &= \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{u} \nabla \alpha + \alpha \nabla \vec{u} = \frac{d\alpha}{dt} + \alpha \nabla \vec{u} \\ &\Downarrow \\ \frac{d\alpha}{dt} + \alpha \nabla \vec{u} &= Q_\alpha \end{aligned} \quad (10.20)$$

Für die Dichte  $\rho$  kann die Transportgleichung (Erhaltungsgesetz) ähnlich wie in (10.16) geschrieben werden. Der Unterschied zu  $\alpha$  besteht darin, dass die spezifische Masse konstant ist. Dementsprechend soll die rechte Seite der Transportgleichung gleich Null sein

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{u}) = 0 \quad (10.21)$$

Aus (10.21) ergibt sich

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{u} \nabla \rho + \rho \nabla \bar{u} = \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \bar{u} = 0$$

und

$$\nabla \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (10.22)$$

Die Dichte des Gemisches in der Zelle kann durch  $\alpha$ , die Dampfdichte  $\rho_D$  und die Flüssigkeitsdichte  $\rho_l$  bestimmt werden:

$$\rho = \alpha \rho_D + (1 - \alpha) \rho_l = \alpha(\rho_D - \rho_l) + \rho_l \quad (10.23)$$

Setzt man (10.23) in (10.22) ein, bekommt man

$$\begin{aligned} \nabla \bar{u} &= \frac{\rho_l - \rho_D}{\rho} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\rho_l - \rho_D}{-\alpha(\rho_l - \rho_D) + \rho_l} \frac{d\alpha}{dt} \Rightarrow \nabla \bar{u} = \frac{1}{1 - \alpha} \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_D} &\approx 1 \end{aligned} \quad (10.24)$$

Wird (10.24) in (10.20) eingesetzt, ergibt sich der folgende Ausdruck für den Quellterm

$$Q_\alpha = \frac{1}{1 - \alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{4n_0\pi R^2}{n_0 \frac{4}{3}\pi R^3 + 1} \frac{dR}{dt} \quad (10.25)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (10.25) sieht die Transportgleichung für  $\alpha$  folgendermaßen aus

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \bar{u}) = \frac{4n_0\pi R^2}{n_0 \frac{4}{3}\pi R^3 + 1} \frac{dR}{dt} \quad (10.26)$$

Die zeitliche Ableitung des Dampfblasensradius wird aus dem Modell von Rayleigh (1917)-Plesset (1949) berechnet. Im Rahmen dieses Modells wird die Dynamik einer einzelnen Blase mit dem Radius  $R$  im Druckfeld  $p(t)$  betrachtet. Die von Rayleigh und Plesset hergeleitete Gleichung für die Dynamik des Blasenradius  $R$  lautet

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + 2 \frac{\sigma}{R} = \frac{p_D - p}{\rho_D} \quad (10.27)$$

Bei Vernachlässigung der Oberflächenspannung  $\sigma = 0$  und der niederfrequenten Schwankungen  $\frac{d^2 R}{dt^2} = 0$ , reduziert sich die Gleichung (10.27) zu

$$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_D - p}{\rho_D}} \quad (10.28)$$

Damit ergibt sich die geschlossene Transportgleichung für den Volumenanteil des Dampfes

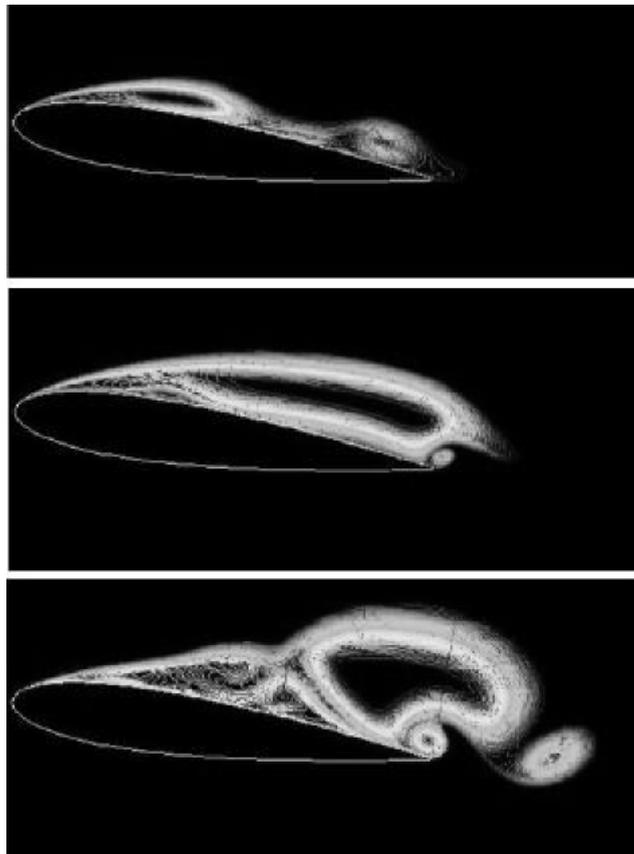
$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \bar{u}) = \frac{4n_0\pi R^2}{n_0 \frac{4}{3}\pi R^3 + 1} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_D - p}{\rho_D}} \quad (10.29)$$

Die Gleichung (10.29) soll gekoppelt mit den Gleichungen (10.1), (10.2), (10.8) und (10.13) gelöst werden. Der Radius  $R$  wird aus (10.28) konsequent in der Zeit berechnet. Der Anfangswert für den Radius wird vorgegeben.

Eigentlich widerspricht die Annahme der Rayleigh und Plesset Theorie der Physik der Kavitation an den Propellern. Wenn die Blase keinen Hohlraum darstellt und aus mehreren Bläschen besteht, liegen die Bläschen ganz nah zu einander. In diesem Zusammenhang ist zu erwarten, dass das Zusammenwirken zwischen den Bläschen wesentlich ist. Erstaunlicherweise zeigt die Erfahrung, dass die mit dem Rayleigh-Plesset-Modell ermittelten Ergebnisse gute Übereinstimmungen mit den Messungen aufweisen.

Abb. 10.12 zeigt den Transitionsvorgang der Entstehung, Entwicklung und des Kollabierens der Kavitationsblase an dem NACA Profil 0015. Die auf die Sehne bezogene Länge der Kavitationsblase bei einer stationären Strömung wird in Abb. 10.13 in Abhängigkeit vom Anstellwinkel und der Kavitationszahl präsentiert.

Eine instationäre Kavitation an einem Propeller hinter dem Schiffsrumpf wurde in [19] berechnet und mit den Messungen verglichen. Der Nachstrom wurde zuerst gemessen und danach als Anströmungsgeschwindigkeit für CFD RANS benutzt. Der Nachstromgebiet wurde in der Form eines Sektors mit Randlinien etwa  $\pm 30^\circ$  um die Vertikale dargestellt. Wenn das Blatt in das Nachstromgebiet gerät, tritt die Kavitation an der Eintrittskante auf. Sobald es tiefer in das Nachstromgebiet eindringt, entwickelt sich die Kavitation in Richtung der Austrittskante und der Blattwurzel (Abb. 10.14 links). Nachdem das Blatt das Nachstromgebiet verlässt, schrumpft die Kavitationsfläche von der Blattwurzel zur Blattspitze. Die dabei entstehenden Druckbeiwertsschwankungen sind in Abb. 10.14, rechts zu sehen. Die Berechnungen des fünfblättrigen Propellers wurden mit dem Programm Fluent mit etwa  $1,8 \cdot 10^6$  Zellen durchgeführt. Obwohl die CFD insgesamt die Kavitation zuverlässig wiedergibt, wurden auch einige Diskrepanzen festgestellt. Das Volumen der Kavitationsblase war dabei 50 % kleiner als im Experiment. Außerdem war das Schrumpfen der Kavitationsblase in der Simulation unrealistisch schnell.



**Abbildung 10.12: Simulation der instationären Kavitation am Profil NACA 0015 [32]**

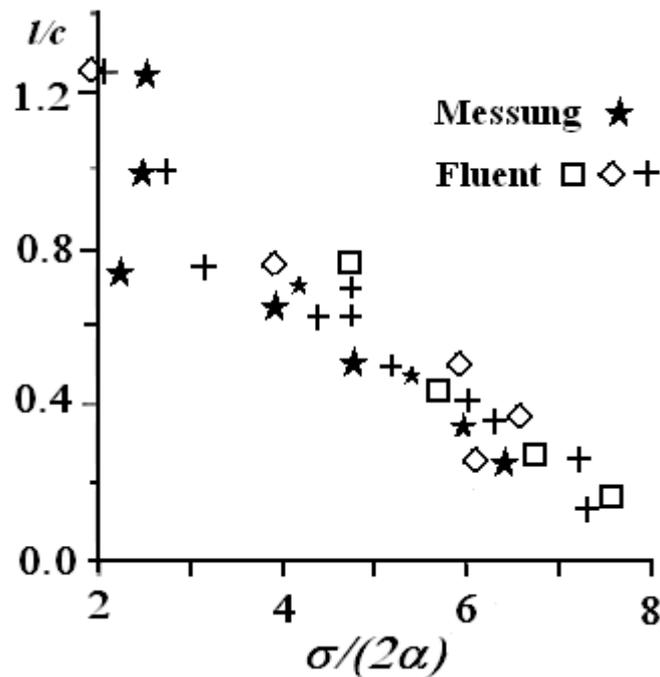


Abbildung 10.13: Die Länge der Kavitationsblase in Abhängigkeit vom Anstellwinkel und der Kavitationszahl [32]

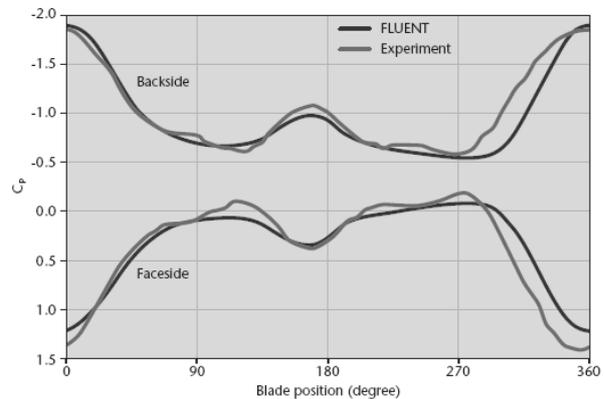
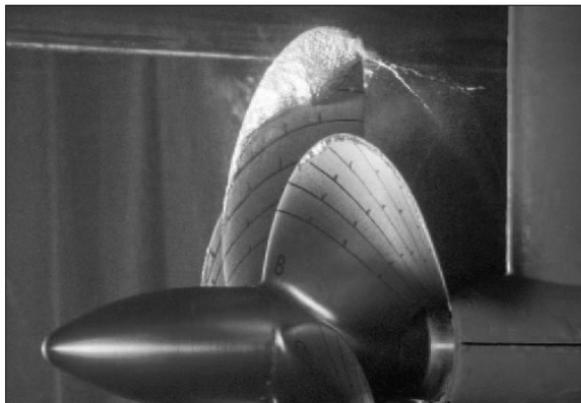


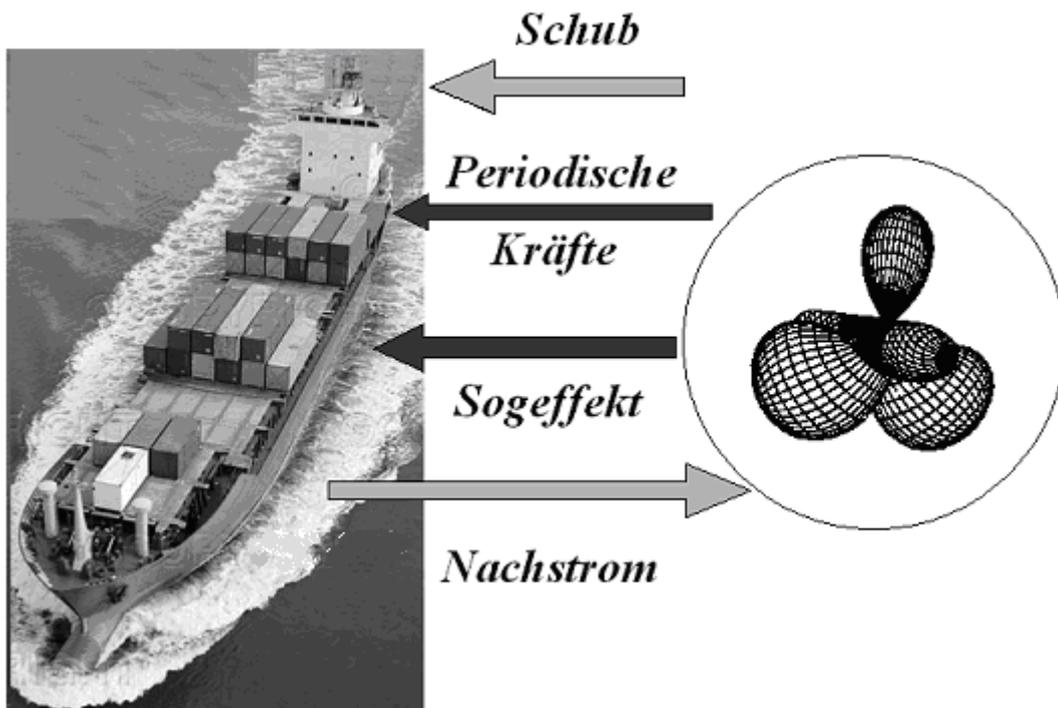
Abbildung 10.14: Schwankung des Druckbeiwertes (rechts) im Punkt nah zur Eintrittskante beim Drehen eines 5-blättrigen Propellers (links) [19]

## Übungen

1. Erklären Sie, warum die Genauigkeit der Vorhersage des Schub- und Momentenbeiwertes für den Zweischauber höher als für den Einschauber ist!
2. Ein Propeller wird mittels CFD und RANS Gleichungen berechnet. Ist die Kuttasche Abflussbedingung notwendig?
3. Für welche Arten der Kavitation widersprechen die Annahmen des Modells von Rayleigh- Plesset besonders?

## 11. Wechselwirkung zwischen Schiff und Propeller

### 11.1 Einführung



*Abbildung 11.1: Zusammenwirken von Schiff und Propeller*

Die Schraube wirkt mit dem Schiffsrumpf zusammen<sup>15</sup>. Deshalb ist bei der Auslegung und Optimierung der Schraube darauf zu achten, dass der Rumpf und der Antrieb als ein gemeinsames hydrodynamisches System betrachtet werden. Die wichtigsten Mechanismen des Zusammenwirkens sind (Abb.11.1):

- Nachstrom (Abschnitt 11.2). Der Einfluss des Nachstroms ist zweiseitig. Einerseits ist der Anstellwinkel des Blattprofils durch Verkleinerung der Geschwindigkeit  $V_A$  im Nachstrom größer, was sich in der Zunahme des Schubes resultiert. Andererseits verursacht der Nachstrom eine ungleichförmige Anströmung des Propellers. Dadurch entstehen die Propellerschwingungen, Geräusche, u.s.w. Ein homogener Nachstrom hat immer positiven Einfluss.
- Sogeffekt (negativer Einfluss der Schraube auf den Rumpf, Abschnitt 11.3)
- Erzeugung der periodischen Kräfte auf dem Rumpf (negativer Einfluss der Schraube auf den Rumpf, Abschnitt 12.1)

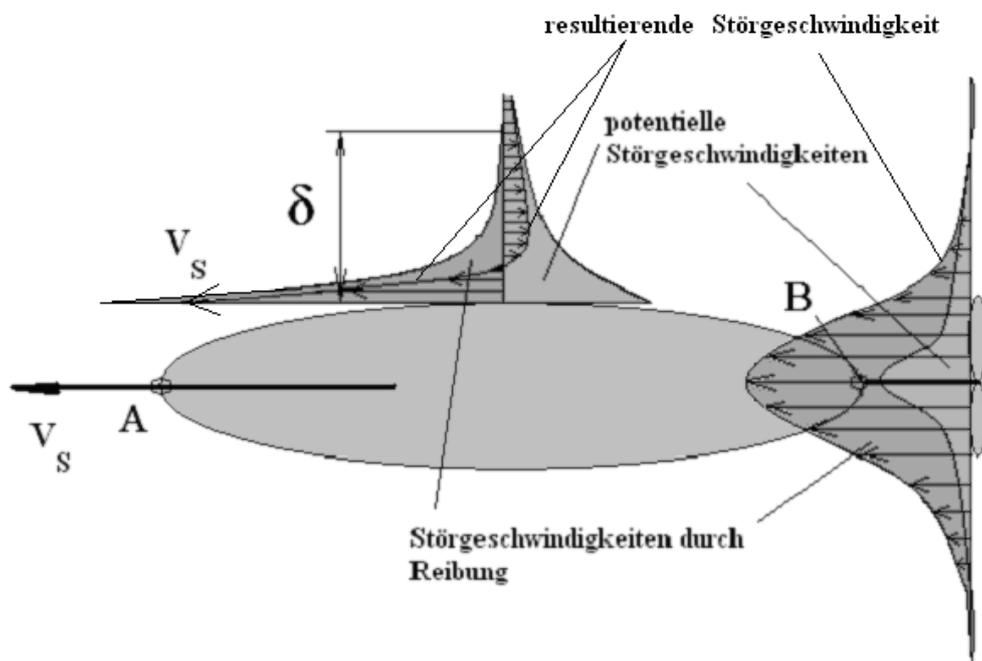
<sup>15</sup> siehe auch [7] zum Thema dieses Kapitels

## 11.2 Mitstrom

Wie bereits erwähnt wurde, arbeitet die Schraube in einem durch das Schiff gestörten Geschwindigkeitsfeld. An der Schiffsoberfläche wird die Haftbedingung erfüllt, wodurch die Geschwindigkeit der Fluidteilchen der Schiffsgeschwindigkeit an der Schiffsoberfläche gleich ist

$$\vec{u}_{FT} = \vec{V}_S \quad (11.1)$$

Die Haftbedingung wird dabei durch die Reibungseffekte hervorgerufen. Die Scherspannungen sind dafür verantwortlich, dass das Schiff einen Teil der umgebenden Flüssigkeit mitschleppt (Abb. 11.2). Die durch die Reibung verursachten Störgeschwindigkeiten sind nur in einem engen Bereich neben dem Schiff, d.h. in der Grenzschicht, ausschlaggebend. Bei großen Reynoldszahlen ist die relative Grenzschichtdicke klein. Beispielsweise ist die Grenzschichtdicke an einer Platte bei einer turbulenten Strömung  $\delta = 0,37 \text{Re}_x^{-1/5} x$ , wobei  $\text{Re}_x = \frac{xv_\infty}{\nu}$  ist. Grob geschätzt, beträgt die Grenzschichtdicke im Heckbereich etwa 1 Prozent der Schiffslänge  $\delta/L \approx 0.01$ . Die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsteilchen ist kleiner als  $\vec{V}_S$ . Die Reibungseffekte führen zur Entstehung eines Zustroms zur Propellerwirkscheibe mit einer axialen Zuströmung, die kleiner als  $|\vec{V}_S|$  ist.



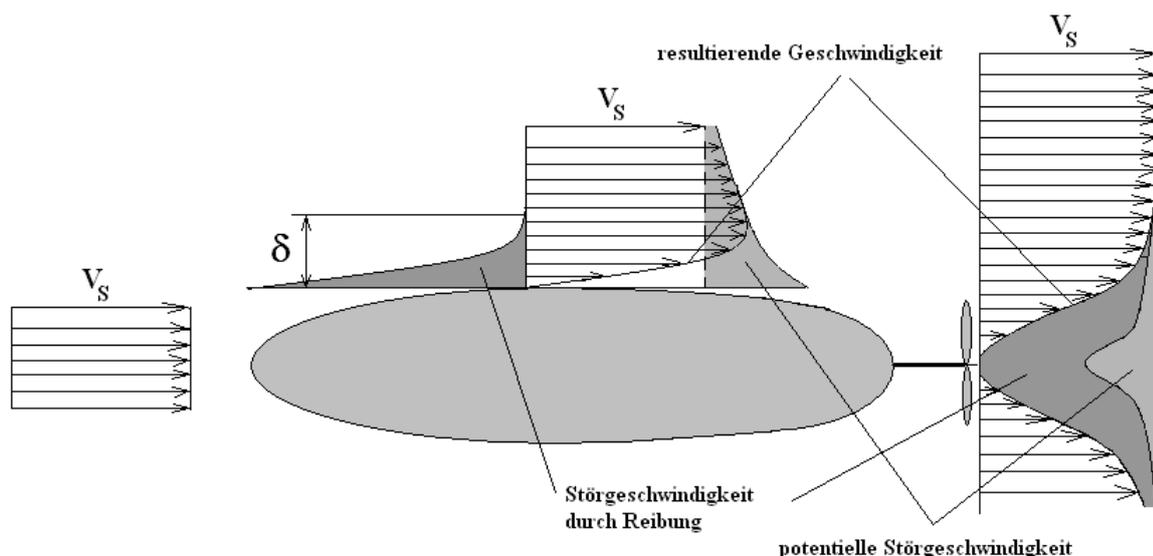
**Abbildung 11.2:** Schematische Darstellung der Entstehung des Mitstromes durch die Reibungseffekte und Verdrängungseffekte

Der zweite physikalische Grund ist die Verdrängungswirkung des Schiffes, das wie ein umströmter Körper mit einer endlichen Dicke wirkt. Dieser Effekt kann im Rahmen der Potentialtheorie erklärt werden. An der dicksten Stelle des Körpers wird die Strömung relativ zum Schiff beschleunigt. Die durch den Körper gestörte Geschwindigkeit ist gegen die Bewegung gerichtet. Im Fall des Zylinders ist diese Geschwindigkeit der Zylindergeschwindigkeit gleich. Die durch Reibung und durch Verdrängungseffekte verursachten Störgeschwindigkeiten sind einander entgegen gerichtet (Abb. 11.2). Die potentielle Störgeschwindigkeit in den Punkten A und B ist der Schiffsgeschwindigkeit  $\vec{V}_S$  gleich und wirkt in Richtung der Bewegung. Hinter dem Heck klingt diese Störgeschwindigkeit ab (Abb. 11.2). Trotzdem hat sie in der Regel einen nicht zu vernachlässigen Einfluss auf die Propellerdisk. In der Propellerdisk setzen sich die Störgeschwindigkeiten aus der Reibung und aus den Verdrängungseffekten zusammen (Abb. 11.2).

Zusätzlich zu den oben genannten Effekten wird das Geschwindigkeitsfeld in der Propellerwirkscheibe durch die Wellenbildung gestört. Dieser Anteil fällt aber verhältnismäßig gering aus, so dass sich der gesamte Mitstrom aus den zwei Hauptbestandteilen und einem dritten wesentlich kleineren Anteil bildet:

$$\text{Mitstrom} = \text{Reibungsmistrom} + \text{Potentialmistrom} + \text{Wellennachstrom}(\text{sehr klein}) \quad (11.2)$$

Wenn die Umströmung des Schiffes betrachtet wird, ergibt sich für die Geschwindigkeitsverteilung ein anderes Bild (Abb. 11.3). Der Mitstromeffekt führt zu einer Verringerung der axialen Zuströmung zur Schraube.



**Abbildung 11.3: Schematische Darstellung der relativen Geschwindigkeiten bei der Umströmung des Schiffes**

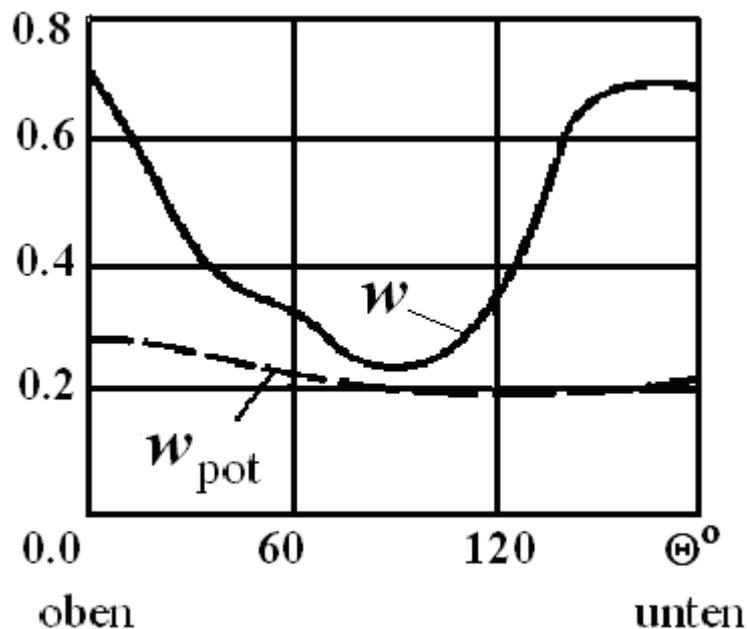
Der axiale Mitstrom wird durch die Mitstromziffer nach Taylor gekennzeichnet:

$$w = \frac{V_s - V_A}{V_s} \quad (11.3)$$

wobei  $V_A$  die lokale relative axiale Strömungsgeschwindigkeit ist, während die Differenz  $V_s - V_A$  die axiale Störgeschwindigkeit darstellt.

Wird die Mitstromziffer über der Propellerkreisfläche integriert, ergibt sich die gesamte Mitstromziffer

$$w = \frac{1}{A_0} \int_{A_0} w dA, \quad (11.4)$$



**Abbildung 11.4: Verhältnis zwischen dem potentialen Mitstrom  $w_{pot}$  und dem gesamten Mitstrom  $w$  beim Radius  $r = 0,6R$ , Einschrauber [5]**

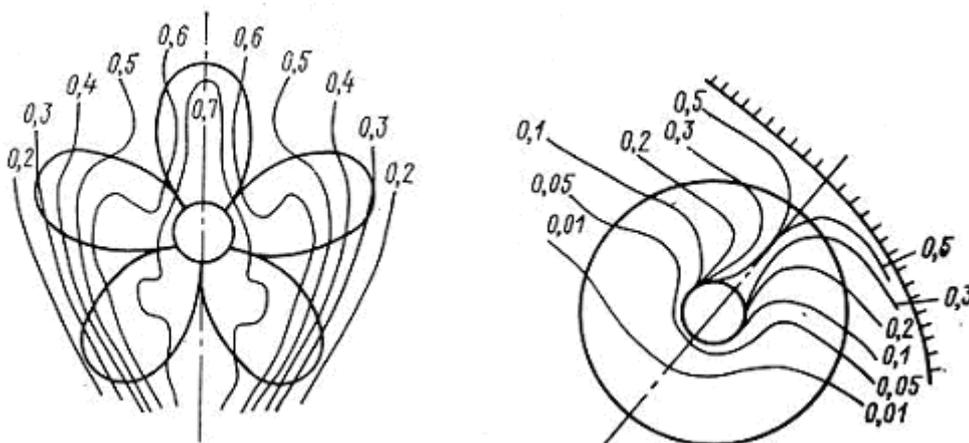
Das Verhältnis zwischen der lokalen potentialen Mitstromziffer  $w_{pot}$  und der lokalen nominellen Mitstromziffer  $w$  (s. (11.3)) für ein Schiff mit dem Blockkoeffizient 0,75 und dem Radius  $r = 0,6R$  wird in Abb. 11.4 gezeigt. Dabei ist zu sehen, dass der größte Beitrag zum Mitstrom vom reibungsbedingten Anteil geleistet wird, der bei den Flügeinstellungen  $\theta = 0^\circ$  (obere Flügeinstellung) und  $\theta = 180^\circ$  (untere Flügeinstellung) besonders groß ist. Der Beitrag des Verdrängungseffektes zum Mitstrom dominiert bei der horizontalen Flügeinstellung  $\theta = 90^\circ$ .

Es werden der nominelle und der effektive Mitstrom unterschieden. Der nominelle Mitstrom wird in der Propellerkreisfläche am Schiff ohne Propeller bestimmt. In Abb. 11.5 sind die nominellen Mitstromziffern hinter einem Ein- und einem

Zweischrauber dargestellt. Im Gegensatz dazu wird der effektive Mitstrom in der Propellerkreisfläche hinter dem Schiff mit der arbeitenden Schraube ermittelt. Die von der Schraube induzierten Geschwindigkeiten werden dabei nicht berücksichtigt. Nach der Definition werden die zur Berechnung des effektiven Mitstromes notwendigen Geschwindigkeiten folgendermaßen berechnet:

*Die effektive Geschwindigkeit ist gleich der Geschwindigkeit in der Propellerkreisfläche hinter dem Schiff mit arbeitender Schraube abzüglich der Geschwindigkeit in der Propellerkreisfläche ohne Schiff bei gleichem Schub und Drehmoment.*

Der Unterschied zwischen den nominellen und effektiven Mitströmen hängt von der Umströmung des Hinterschiffes und dem Schubbelastungsgrad ab. Die Schraube induziert den Unterdruck im Heckbereich, beschleunigt die Strömung und reduziert die Grenzschichtdicke im Heckbereich. Sogar die Grenzschichtablösung kann durch den Propellereinfluss wesentlich verändert werden. Für Schiffe mit vollen Spanten ist der Unterschied zwischen den nominellen und effektiven Mitströmen groß. Abb. 11.6 zeigt die Linien konstanter effektiver (links) und nomineller (rechts) Mitstromziffern für einen Tanker. Für Schiffe mit moderaten Völligkeiten und bei kleinen Schubbelastungsgraden sind der effektive und der nominelle Nachstrom in etwa gleich. Die Erfahrung zeigt, dass die Wirkung des Propellers zur Abnahme des reibungsbedingten Anteils und zur Zunahme des potentialen Anteils des Mitstromes führt. Beide Effekte kompensieren einander so, dass der Unterschied zwischen dem effektiven und dem nominellen Mitstrom gering ist. Eine statistische Relation zwischen dem nominellen und dem effektiven Mitstrom wird in Abb. 11.7 gezeigt.



**Abbildung 11.5: Nominelle Mitstromziffer für einen Einschrauber (links) und einen Zweischrauber(rechts) [5]**

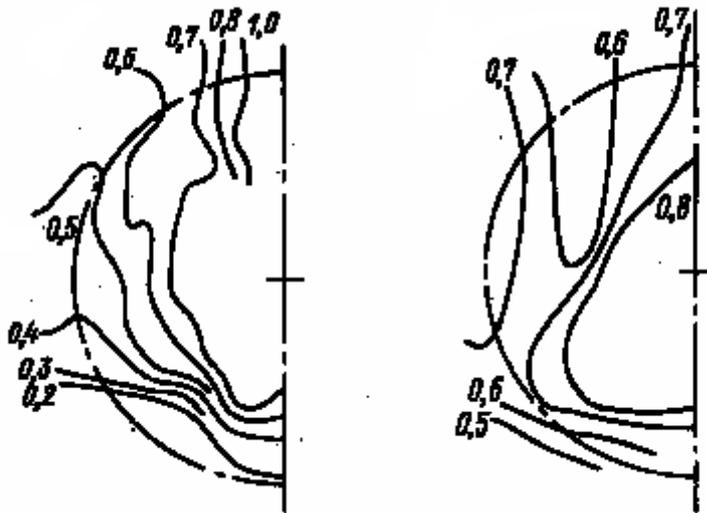


Abbildung 11.6: Effektiver (links) und nomineller (rechts) Mitstrom für einen Tanker[5]

effektiver Nachstrom

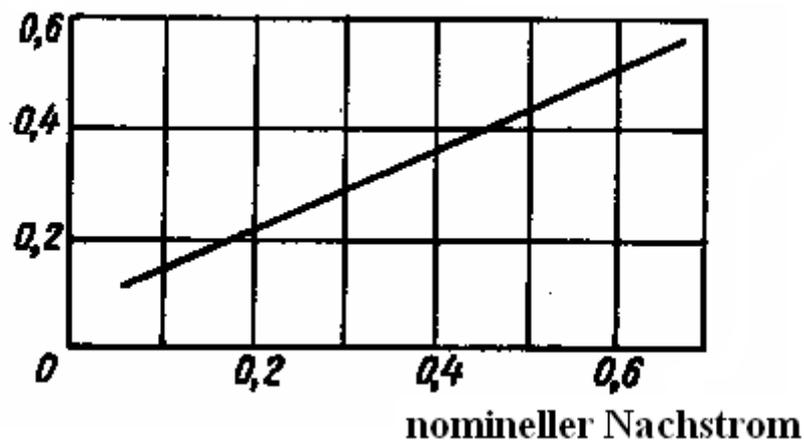


Abbildung 11.7: Statistische Relation zwischen nominellem und effektivem Mitströmen [5]

Ist die Mitstromziffer bekannt, lässt sich die mittlere Propelleranströmgeschwindigkeit

$$V_A = V_S(1-w) \quad (11.5)$$

berechnen.

### 11.3 Sogeffekt

Der Sogeffekt wird durch die folgenden zwei physikalischen Effekte verursacht:

- Änderung der Druckverteilung im Heckbereich durch Einfluss des Propellers

- Änderung der Schubspannungen im Heckbereich durch Einfluss des Propellers

Die Erfahrung zeigt, dass der zweite Effekt vernachlässigt werden kann. Der Erste hingegen erzeugt mehr als 80 % des Soges und wird meistens durch Mechanismen potentialer Natur verursacht. Die Entstehung des Unterdruckes im Heckbereich durch die Wirkung der Schraube wird schematisch in Abb. 11.8 illustriert.

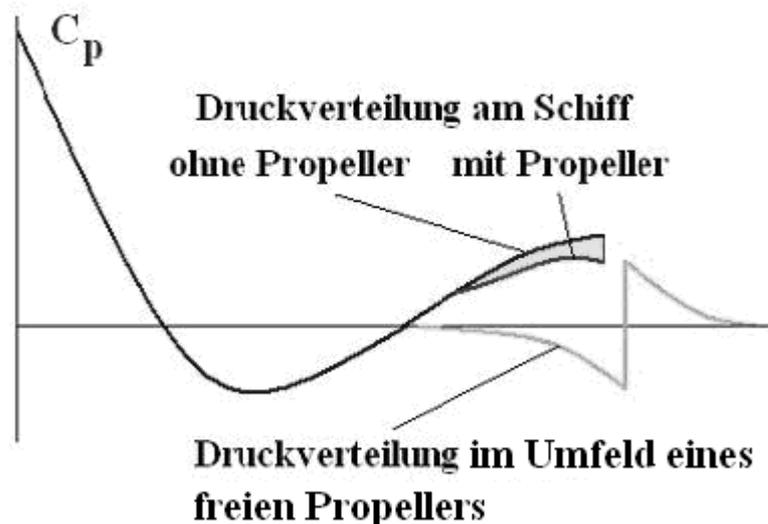
Da der Schiffswiderstand durch den Unterdruck zunimmt, muss der Propeller mehr Schub erzeugen als zur Überwindung des Schiffswiderstandes ohne Schraube notwendig ist

$$T = R_r + Sog \quad (11.6)$$

Der Sogeffekt wird durch die Sogziffer gekennzeichnet

$$t = 1 - \frac{R_r}{T} \quad (11.7)$$

Die Sogziffer für Schiffe liegt normalerweise zwischen 0,1 und 0,2; d.h.  $t \approx 0,1 \dots 0,2$ .



*Abbildung 11.8: Änderung der Druckverteilung im Heckbereich durch Wirkung des Propellers*

## 11.4 Gütergrad der Propulsion – Kriterium der Effizienz des hydrodynamischen Systems „Schiff - Antrieb“

Der Gütergrad der Propulsion ist das wichtigste Kriterium, das die Propellereffizienz unter Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Antrieb und Schiffsrumpf kennzeichnet. Die Optimierung einer Schraube soll mit Berücksichtigung der

Wechselwirkung mit dem Rumpf durchgeführt werden. Der oben eingeführte Wirkungsgrad für den frei fahrenden Propeller

$$\eta_0 = \frac{TV_A}{2\pi nQ_0} \quad (11.8)$$

ist nicht aussagefähig, da ein optimaler Propeller der ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung mit dem Rumpf entworfen wurde, sich hinter dem Schiff als nicht optimal erweisen kann. Als die Zielfunktion der Optimierung eines Antriebs soll der Gütergrad der Propulsion betrachtet werden.

Der Gütergrad der Propulsion wird als das Verhältnis zwischen der Schleppleistung  $P_E = R_T V_S$  und der Drehleistung  $P_D = 2\pi nQ$  des Propellers hinter dem Schiff definiert.

$$\eta_D = \frac{P_E}{P_D} = \frac{R_T V_S}{2\pi nQ} \quad (11.9)$$

Mit der Definition der Mitstromziffer  $w$  und der Sogziffer  $t$  ergibt sich

$$R_T = T(1-t)$$

$$\eta_D = \frac{T(1-t)V_A}{(1-w)2\pi nQ} \quad (11.10)$$

Wird der Wirkungsgrad des Propulsors hinter dem Schiff eingeführt

$$\eta_s = \frac{TV_A}{2\pi nQ}$$

ergibt sich

$$\eta_D = \eta_s \frac{1-t}{1-w} \quad (11.11)$$

Die Bestimmung der Mitstromziffer  $w$  ist mit großen Schwierigkeiten verbunden. Um  $w$  zu messen, muss das Geschwindigkeitsfeld in der Propellerkreisfläche an der arbeitenden Schraube gemessen werden. Dabei müssen die von der Schraube induzierten Geschwindigkeiten abgezogen.

Im Schiffbau wird die folgende Regel benutzt:

*Die Geschwindigkeit  $V_A$  wird als die homogene Zuströmgeschwindigkeit zum Propulsor definiert, bei der der Schub des Propulsors gleich dem in der inhomogenen Zuströmung hinter dem Schiff ist.* (11.12)

Die Nachstromziffer ist dann  $w = 1 - \frac{V_A}{V_S}$ . Die Erfahrung zeigt, dass die Nachstromziffer für Schiffe zwischen 0,14 und 0,25 liegt. Wird  $V_A$  aus der Regel (11.12) ausgewählt, sind die Schubbeiwerte des Propellers hinter dem Schiff und in der Freifahrt gleich

$$K_{T0} = K_T \quad (11.13)$$

Im Gegensatz dazu sind die Momentenbeiwerte verschieden  $K_{Q0} \neq K_Q$ . Der Grund dieser Ungleichheit besteht darin, dass die Geschwindigkeitsverteilung in der Propellerdisk ungleichförmig ist.  $K_Q$  ist geringer als  $K_{Q0}$ :

$$K_Q = i_Q K_{Q0} \quad (11.14)$$

Mit (11.13) kann der Wirkungsgrad des Propulsors folgendermaßen ausgedrückt werden

$$\eta_S = \frac{K_T}{K_Q} \frac{J}{2\pi} = \frac{1}{i_Q} \frac{K_{T0}}{K_{Q0}} \frac{J}{2\pi} = \frac{1}{i_Q} \eta_0 \quad (11.15)$$

wobei  $i_Q < 1$  der Beiwert ist, der den Einfluss der ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigt. Der Beiwert  $\eta_R = 1/i_Q > 1$  heißt Gütergrad der Anordnung. Das Verhältnis  $\frac{1-t}{1-w}$  in (11.11) heißt Schiffseinflussgrad

$$\eta_H = \frac{1-t}{1-w} \quad (11.16)$$

Setzt man (11.15) und (11.16) in (11.11) ein, ergibt sich schließlich für den Propulsionsgütergrad

$$\eta_D = \frac{1}{i_Q} \eta_0 \frac{1-t}{1-w} = \eta_H \frac{1}{i_Q} \eta_0 = \eta_H \eta_R \eta_0 \quad (11.17)$$

Der Gütergrad der Propulsion liegt zwischen 0,65 und 0,75. Aus der Formel (11.17) entsteht der Eindruck, dass der Mitstrom bezüglich der Effizienz des Antriebes immer positiv betrachtet werden soll. Tatsächlich gilt, je größer  $w$ , desto größer sind der Schiffseinfluss- und der Propulsionsgütergrad. In der Wirklichkeit hängt der Freifahrtwirkungsgrad des Propulsors  $\eta_0$  von der Fortschrittsgeschwindigkeit  $V_A$  ab und kann mit der größer werdenden Nachstromziffer  $W$  kleiner werden. Das führt oft zur Reduzierung des Propulsionsgütergrades, wenn z.B. der Propeller nicht für den vorgegebenen Schiffsrumpf entworfen, sondern aus einem Katalog ausgewählt wurde. Im Allgemeinen gilt es, dass der größte Propulsionsgütergrad bei der gleichförmigen Anströmung erreicht wird.

## 11.5 Experimentelle Ermittlung der Propulsionsfaktoren

Zur Bestimmung der Propulsionsziffern werden drei verschiedene Modellversuche durchgeführt:

- Der Widerstandsversuch: Bei diesem Versuch wird der Schiffswiderstand  $R_{TM}$  als Funktion der Froude'schen Zahl gemessen.
- Der Freifahrtsversuch: Bei diesem Versuch wird der Schub  $T$  und das Moment  $Q_0$  der Schraube unter einer homogenen Zuströmung als Funktion von der Anströmgeschwindigkeit  $V_A$  und der Drehzahl  $n$  gemessen.
- Der Propulsionsversuch: Bei diesem Versuch wird das Schiff mit Eigetrieb untersucht. Die Propellerdrehzahl wird so eingestellt, dass das Modell mit einer vorgegebenen Geschwindigkeit  $V_S$  fährt. Es werden der Schub  $T_M$  und das Moment  $Q_M$  gemessen.

Die Methoden der Modellversuche wurden im Kapitel 4 betrachtet.

Die Sogziffer wird aus der Formel

$$t_M = 1 - \frac{R_{TM} - F_D}{T_M}, \quad (11.18)$$

berechnet, wobei  $F_D$  die zusätzliche Zugkraft (4.28) ist. Da der größte Beitrag zum Sog von reibungslosen Effekten geleistet wird, tritt kein Maßstabeffekt auf. Somit ist die Sogziffer des Modells gleich der Sogziffer der Großausführung

$$t_M = t_S \quad (11.19)$$

Die Mitstromziffer  $w$  wird nach der Schubidentität<sup>16</sup> in der Reihenfolge bestimmt:

- Bestimmen des Schubes  $T$  bei einer Schiffsgeschwindigkeit  $V_S$  und Berechnung des Beiwertes  $K_T$
- Feststellen des Fortschrittsgrad  $J$  aus dem Freifahrtprogramm, (entsprechend dem Beiwert  $K_T$ )
- Berechnung:  $V_A = JnD$
- Berechnung:  $w_M = 1 - \frac{V_A}{V_S}$

Wegen des Maßstabeffektes ist die Mitstromziffer des Modells größer als die Nachstromziffer der Großausführung. Daher findet man  $w_S$  aus der Formel:

$$\frac{1 - w_M}{1 - w_S} = 1 + c, \quad (11.20)$$

wobei  $c$  der Korrekturfaktor, der z.B. nach dem YAZAKI Verfahren oder nach den Empfehlungen der ITTC berechnet wird, ist.

Es wird angenommen, dass der Faktor  $\eta_R = 1/i_Q$  für die Modell- und Großausführung gleich ist.

$$\eta_{R,M} = \eta_{R,S} \quad (11.21)$$

Der Faktor  $\eta_{R,M} = 1/i_Q$  wird aus der Formel ...

$$\eta_{R,M} = \frac{\eta_{D,M}}{\eta_{H,M} \eta_{0,M}} \quad (11.22)$$

---

<sup>16</sup> Die Geschwindigkeit  $V_A$  wird unter der Annahme bestimmt, dass der frei fahrende Propeller den gleichen Schub abgeben soll wie der Propeller hinter dem Schiff bei einer Schiffsgeschwindigkeit  $V_S$ .

wobei  $\eta_{DM} = \frac{P_{EM}}{P_{DM}} = \frac{R_{TM} v_S}{2\pi n Q_M}$  und  $n Q_M$  sowie  $R_{TM}$  aus dem Propulsionsversuch und dem Widerstandsversuch bekannt sind. Der Wirkungsgrad  $\eta_{0,M}$  entspricht dem im zweiten Punkt ermittelten Fortschrittsgrad. Die endgültige Formel für den Gütergrad der Propulsion lautet:

$$\eta_{D,S} = \eta_{R,M} \eta_0 \frac{1-t_M}{1-w_S} \quad (11.23)$$

## 11.6 Empirische Formeln zur Berechnung der Wechselwirkung zwischen Schiff und Propeller. Mitstromziffer und Sogziffer.

Im Schiffbau werden auf Basis der empirisch gewonnenen Dateien einfache Interpolationsformeln für Propulsionsfaktoren erstellt. In diesem Kapitel werden die aus [5] entnommenen Formeln für Mitstromziffer, Sogziffer und den Beiwert  $1/i_Q$  zusammengestellt.

### 11.6.1 Einschrauber, U-Spante im Heckbereich, $C_B \geq 0.60$

$$w = [0.25 + 2.2(C_B - 0.5)^2] \{0.94 + 1.8[0.8 - (D/T_{WL})]^2\}$$

$$t = 0.20 + 0.1(C_B - 0.5) + 0.055(K_{DE} - 1.8)$$

### 11.6.2 Einschrauber, schnelle Containerschiffe, V-Spante im Heckbereich, $C_B \leq 0.65, D/T_{WL} \leq 0.70$

$$w = [0.2 + 8(C_B - 0.55)^2] \{0.97 + 7[0.7 - (D/T_{WL})]^2\}$$

$$t = 0.18 + 0.35(C_B - 0.5) + 0.055(K_{DE} - 2.0)$$

### 11.6.3 Zweischauber, schnelle Containerschiffe, $C_B < 0.65, D/T_{WL} \approx 0.60 \div 0.65$

$$w = 0.09 + 0.14(C_B - 0.5)$$

$$t = 0.15 + 0.53(C_B - 0.5) + 0.055(K_{DE} - 2.0)$$

### 11.6.4 Einschrauber, Fischereischiffe, V-Spante im Heckbereich, $C_B \geq 0.55$

$$w = \{0.17 + [(C_B / C_\beta^2 - 0.6)^2] \} \{0.94 + 6[0.7 - (D / T_{WL})]^2 \}$$

$$t = 0.19 + 1.6[(C_B / C_\beta^2 - 0.6)^2 + 0.1(K_{DE} - 2.0)]$$

Hierbei werden die folgenden Bezeichnungen benutzt:

- $C_B$  der Blockkoeffizient
- $C_\beta$  Völligkeitsgrad des Hauptspantes
- $D$  Propellerdurchmesser
- $T_{WL}$  Tiefgang

- $K_{DE} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{I}{C_{TE}}}, C_{TE} = \frac{2R_T}{\rho V_A^2 A_0}.$

### 11.6.5 Beiwert $1/i_Q$

$$1/i_Q = 1 + 0.125(w - 0.1) \quad \text{Einschrauber}$$

$$1/i_Q = 1 \quad \text{Zweischrauber}$$

## Übung

Ein schnelles Containerschiff mit V-Spante im Heckbereich bewegt sich mit der Geschwindigkeit von 18 Knoten. Das Schiff ist mit dem von Ihnen in der Übung zur Vorlesung 8 entworfenen Propeller ausgerüstet. Die Sogziffer beträgt 0.2. Der Blockkoeffizient ist  $C_B = 0.55$ , der Tiefgang  $T_{WL}$  beträgt 8.5 m. Berechnen Sie den Gütergrad der Propulsion und die Drehleistung!

## 12. Vom Propeller induzierte periodische Kräfte

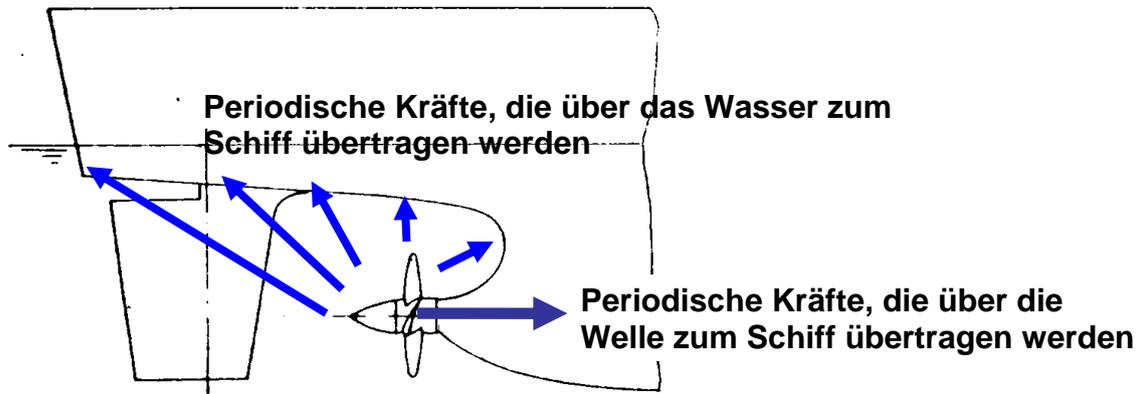
Der Propeller ist ein Erreger der Schwingungen am Schiff. In Kapitel 11 wurden die hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen dem Schiff und dem Propeller erläutert. Es ging dabei um die Mitstrom- und Sogeffekte. Die Entstehung der Schwingungen am Schiff ist eine Art negativer Rückwirkung des Propellers auf das Schiff (Abb. 11.1), die sowohl mechanischen als auch hydrodynamischen Ursprung hat.

### 12.1 Periodische hydrodynamische Kräfte

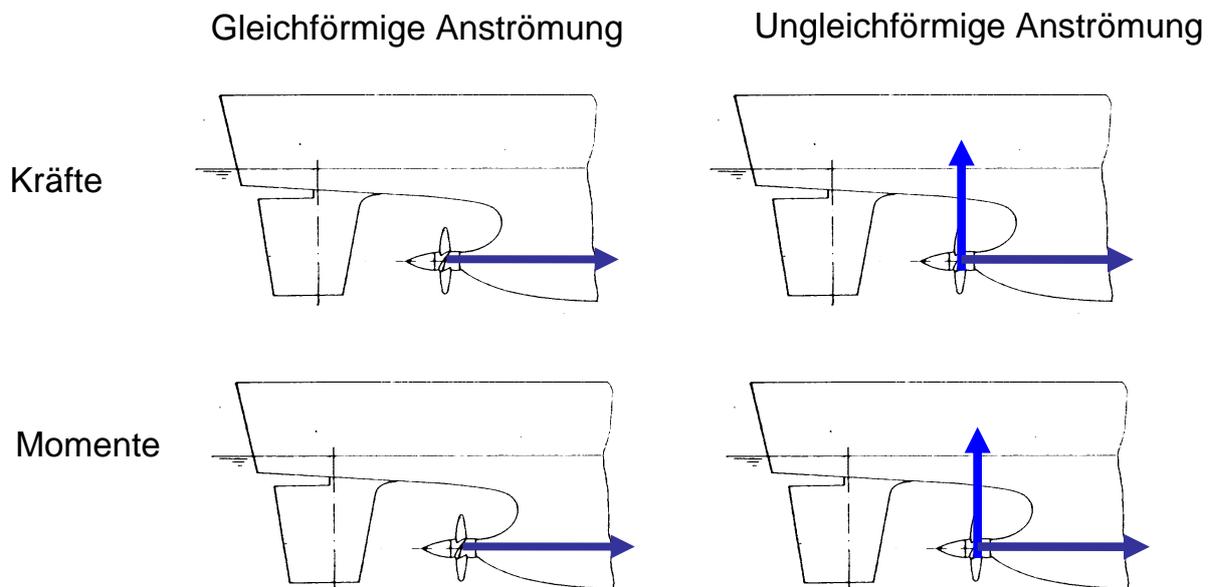
Der physikalische Grund für die Entstehung der hydrodynamisch bedingten Schwingungen ist die Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes, in dem der Propeller arbeitet. Jeder einzelne Flügel befindet sich entweder in einer langsamen vom Schiffsrumpf stark gestörten (obere  $\theta = 0^\circ$  und untere  $\theta = 180^\circ$  Flügelstellung) oder in einer relativ schnellen, wenig gestörten Strömung bei ca.  $\theta = 90^\circ$ . Da der Propeller eine endliche Flügelzahl besitzt (2 bis 8), entstehen periodische hydrodynamische Kräfte und Momente sowohl an den einzelnen Blättern als auch am gesamten Propeller. Die hydrodynamischen, periodischen Kräfte können auch entstehen, wenn sich die Propellerblätter aufgrund von Herstellungsfehlern oder auftretender mechanischer Beschädigungen während des Betriebes von einander unterscheiden.

Die periodischen hydrodynamischen Kräfte werden durch die Welle und über Druckimpulse durch die lokale umgebende Flüssigkeit zum Schiff übertragen (Abb. 12.1). Im zweiten Fall entstehen Schwingungen der Schiffsaußenhaut und des ganzen Hinterschiffs. Das bedeutet eine Beeinträchtigung der achtern untergebrachten Personen und eine erhöhte Materialbeanspruchung. Die Frequenz der für die Schiffsschwingungen relevanten Druckimpulse ist proportional der Drehzahl und der Flügelzahl des Propellers. Diese Schwingungen können dramatisch anwachsen, wenn die Eigenfrequenzen der Schiffsaußenhaut den Frequenzen der periodischen Druckimpulse gleich sind (Resonanzeffekt).

Bei einer ungleichförmigen Umströmung entstehen zusätzlich zum Schub und dem Drehmoment auch Quer- Biegemomente und die Querkräfte (Abb. 12.2).



*Abbildung 12.1: Zwei Mechanismen der Übertragung der periodischen Kräfte vom Propeller zum Schiff*



*Abbildung 12.2: Entstehung der Querkraft und des Biegemoments durch Ungleichförmigkeit der Anströmung*

## 12.2 Periodische hydrodynamische Kräfte, die über die Welle zum Schiff übertragen werden

### 12.2.1 Berechnung der periodischen hydrodynamischen Kräfte

Periodische hydrodynamische Kräfte werden mit verschiedenen instationären hydrodynamischen Modellen berechnet. Dazu benutzt man die Wirbeltheorien

(Traglinientheorie, Tragflächentheorie und Paneelmethoden) sowie moderne CFD Verfahren. Während die Instationarität im Rahmen der RANS oder LES CFD Modelle automatisch ohne Änderung der numerischen Technologie berücksichtigt wird, sollen die in den Kapiteln 6, 7, 8 und 9 vermittelten Wirbeltheorien des Propellers für instationäre Strömungen weiter entwickelt werden. Diese Entwicklung betrifft hauptsächlich das Modell der Wirbelschlepe. Neben den Längswirbeln werden an der Austrittskante des Blattes auch die zur Anströmungsrichtung quer liegenden Wirbel erzeugt. Der physikalische Grund für die Entstehung der Querwirbel wird im Abschnitt 2.2 erklärt. Sie erscheinen wie der Anfahrswirbel von Prandtl, wegen der zeitlichen Änderung der Zirkulation, um die Profilkontur des Blattes. Die Intensität von Querwirbeln wird aus dem Thomson Theorem  $\frac{d\Gamma}{dt} = 0$  berechnet, wobei  $\Gamma$  die Zirkulation um eine geschlossene flüssige Kontur (eine sich mit der Flüssigkeit zusammenbewegende Kontur) ist. Die Querwirbel fließen in die Strömung ab und bilden eine komplizierte Wirbelschlepe hinter dem Propeller. Das gesamte Wirbelsystem besteht aus geschlossenen Wirbeln. Deshalb verursacht die Entstehung der instationären Querwirbel automatisch die Entstehung der zusätzlichen instationären Längswirbel. Die Wirbelschlepe besteht dann aus den Wirbellinien, die sich im Gegensatz zu stationären Strömungen von den Stromlinien unterscheiden:

$$\vec{\gamma}_w \times \vec{u} \neq 0, \quad (12.1)$$

wobei  $\vec{u}$  die Strömungsgeschwindigkeit in einem Punkt der Wirbelschlepe ist. Der Ausdruck (12.1) bedeutet aber nicht, dass eine Auftriebskraft nach dem Joukowski Theorem (6.12b) auf den Wirbeln der Schlepe entsteht. Die freien Wirbel der Schlepe bewegen sich zusammen mit der umgebenden Flüssigkeit so, dass die Umströmungsgeschwindigkeit Null ist  $\vec{u}_{relative} = 0$  oder mit anderen Worten die lokale Strömungsgeschwindigkeit der Fortschrittsgeschwindigkeit des Wirbels gleich ist.

Nur im Rahmen der RANS CFD Modelle werden diese Wirbel automatisch modelliert, so dass keine Änderung der numerischen Technologie nötig ist. Im Rahmen jeder potentialbasierten Theorie, d.h. der Traglinientheorie, der Tragflächentheorie oder im Rahmen der Paneelmethoden, sollen diese Wirbel explizit modelliert werden. Hierzu gibt es die linearen Modelle, in denen die Lage der Wirbelschlepe genauso wie im stationären Fall vorgegeben wird (Kapitel 6, 7, 8 und 9). Besonders schwierig ist das Problem im Rahmen der nichtlinearen Formulierung. In diesem Fall wird die Lage der komplizierten Wirbelschlepe aus den Bahngleichungen berechnet

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{u}, \quad (12.2)$$

wobei der Vektor  $\vec{r}$  die Bahn eines Wirbelteilchens in der Wirbelschlepe bestimmt. Es gibt verschiedene Programme zur Berechnung des Propellers bei einer instationären

Umströmung des Flügelblattes. Unter anderem sind die Programme von Streckwall (HSVA, Deutschland), Bavin (Krylov Institut, Rußland) und Kerwin (USA) zu nennen. In diesem Kapitel wird eine vereinfachte Ingenieurmethode in einer quasistationären Betrachtung vermittelt.

Wie im Kapitel 2 gezeigt wurde, sind die Kraft und das Moment an einem Profil des Blattes (Formel (2.2) und (2.15))

$$\begin{aligned}
 dT_\theta &= \frac{\rho}{2} C_A \cos \beta_1 (1 - \varepsilon \tan \beta_1) b V_R^2 dr; \\
 dQ_\theta &= \frac{\rho}{2} C_A \sin \beta_1 (1 + \varepsilon \cot \beta_1) b r V_R^2 dr; \\
 \varepsilon &= \frac{0.05808(1 + 2,3\bar{t})}{C_A \operatorname{Re}^{0,1458}} \\
 \operatorname{Re} &= \frac{V_R b}{\nu}
 \end{aligned} \tag{12.3}$$

Hier ist  $V_R$  die gesamte Anströmgeschwindigkeit

$$\begin{aligned}
 V_R &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \\
 V_x &= V_s (1 - w(\theta)) + w_{x1}(\theta) \\
 V_y &= \Omega r \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{t}} \right) w_y(\theta) \right] - w_{y1}(\theta),
 \end{aligned}$$

$w_{x1}$  und  $w_{y1}$  sind die vom Propeller induzierten Geschwindigkeiten. Die Größen  $dT_\theta$  und  $dQ_\theta$  hängen von der Flügeleinstellung  $0 < \theta < 360$  ab.  $w_y$  ist die Mitstromziffer in der Umfangsrichtung.

Es wird eine spezifische Winkelgeschwindigkeit  $\Omega' = \Omega [1 - (J/\pi\bar{t})w_y]$  und eine spezifische Drehzahl  $n' = n(1 - w_y)$  eingeführt, die auch von der Flügeleinstellung  $0 < \theta < 360$  abhängen. Werden zusätzlich die Ableitungen des Schub- und des Momentenbeiwertes eingeführt

$$\frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}} = \frac{dT_\theta}{dr \rho n'^2 D^4}, \quad \frac{dK_{Q\theta}}{d\bar{r}} = \frac{dQ_\theta}{dr \rho n'^2 D^5} \tag{12.4}$$

ergibt sich für  $dT_\theta$  und  $dQ_\theta$ :

$$dT_\theta = \rho n^{/2} D^4 \frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}} dr, dQ_\theta = \frac{dK_{Q\theta}}{d\bar{r}} \rho n^{/2} D^5 dr \quad (12.5)$$

Der hydrodynamische Fortschrittswinkel ist:

$$\tan \beta_1 = \frac{V_s(1-w(\theta))}{\Omega r} = \frac{V_s(1-w(\theta))}{\Omega r \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) w_g \right]} = \tan \beta_1^0 \frac{1-w(\theta)}{1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) w_g}, \quad (12.6)$$

wobei  $\beta_1^0$  der hydrodynamische Fortschrittswinkel in der gleichförmigen Anströmung ist  $\left( \tan \beta_1^0 = \frac{V_s}{\Omega r} \right)$ . Für einen Flügel des Propellers mit  $Z$  Flügeln folgt aus (12.5)

$$\begin{aligned} \frac{dT_\theta}{dr} &= \frac{\rho n^{/2} D^4}{Z} \frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}} = \frac{\rho n^2 D^4}{Z} (1 - (J/\pi \bar{r}) w_g)^2 \frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}}, \\ \frac{dQ_\theta}{dr} &= \frac{\rho n^{/2} D^5}{Z} \frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}} = \frac{\rho n^2 D^5}{Z} (1 - (J/\pi \bar{r}) w_g)^2 \frac{dK_{Q\theta}}{d\bar{r}}. \end{aligned} \quad (12.7)$$

Es wird angenommen, dass die Ableitungen der Schubbeiwerte und der Momentenbeiwerte in ungleichförmiger und gleichförmiger Propellerzuströmung gleich sind, d.h.  $\frac{dK_{T\theta}}{d\bar{r}} = \frac{dK_T}{d\bar{r}}$  und  $\frac{dK_{Q\theta}}{d\bar{r}} = \frac{dK_Q}{d\bar{r}}$ . Damit werden der Schub und das Moment der einzelnen Flügel in der folgenden Form geschrieben:

$$\begin{aligned} T_\theta &= \frac{\rho n^2 D^4}{Z} \int_{\bar{r}_h}^1 (1 - (J/\pi \bar{r}) w_g)^2 \frac{dK_T}{d\bar{r}} d\bar{r}, \\ Q_\theta &= \frac{\rho n^2 D^5}{Z} \int_{\bar{r}_h}^1 (1 - (J/\pi \bar{r}) w_g)^2 \frac{dK_Q}{d\bar{r}} d\bar{r}. \end{aligned} \quad (12.8)$$

$T_\theta$  und  $Q_\theta$  sind von der Flügeleinstellung  $\theta$  abhängig. Für den ganzen Propeller gilt

$$T_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^Z T_\theta, Q_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^Z Q_\theta. \quad (12.9)$$

Die Ableitungen  $\frac{dK_T}{d\bar{r}}$  und  $\frac{dK_Q}{d\bar{r}}$  werden für den Propeller in der Freifahrt, für momentane Werte des Fortschrittgrades, berechnet.

Die Amplituden von  $T_{\theta Z}$  und  $Q_{\theta Z}$  sind kleiner als die Amplituden von  $T_\theta$  und  $Q_\theta$ . Die Frequenzen von  $T_{\theta Z}$  und  $Q_{\theta Z}$  sind hingegen um den Faktor  $Z$  größer als die Frequenzen von  $T_\theta$  und  $Q_\theta$ .

Die Geschwindigkeiten in der Propellerebene für jeden Radius  $r$  werden in der Form der Fourier'schen Reihe in Abhängigkeit von dem Winkel  $\theta$  dargestellt:

$$\begin{aligned}\frac{w_x}{V_S} &= a_{0x} + \sum_{n=1}^{n_k} (a_{nx} \cos n\theta + b_{nx} \sin n\theta), \\ \frac{w_\theta}{V_S} &= a_{0\theta} + \sum_{n=1}^{n_k} (a_{n\theta} \cos n\theta + b_{n\theta} \sin n\theta)\end{aligned}\quad (12.10)$$

wobei die Beiwerte  $a_{0x}, a_{nx}, b_{nx}$  und  $a_{0\theta}, a_{n\theta}, b_{n\theta}$  aus der harmonischen Analyse der Geschwindigkeitsverteilung für jeden Radius  $r$  ermittelt werden. Wenn (12.10) in (12.8) und (12.9) eingesetzt wird, entstehen die Darstellungen der Kräfte und Momente in Form der Fourier Reihen

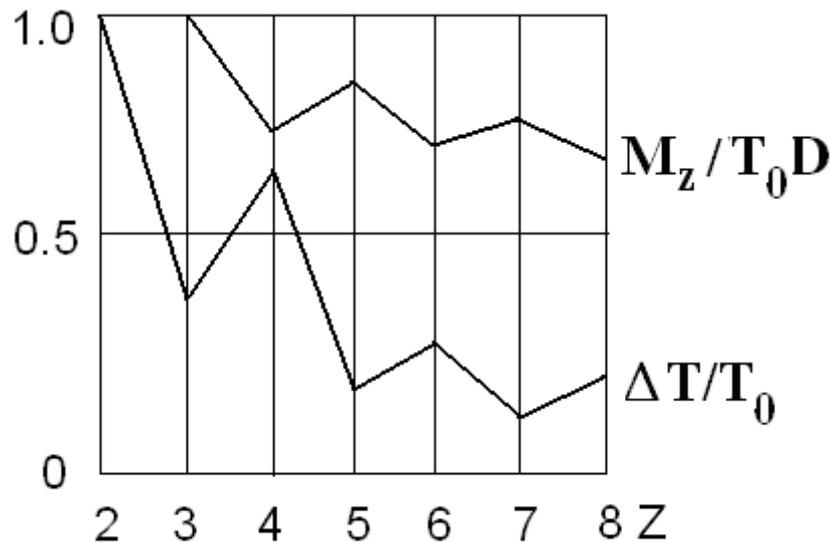
$$\begin{aligned}T &= T_0 + \sum_{m=1}^{m_k} (T_m^c \cos mZ\theta + T_m^s \sin mZ\theta), \\ Q &= Q_0 + \sum_{m=1}^{m_k} (Q_m^c \cos mZ\theta + Q_m^s \sin mZ\theta), \\ N_y &= N_{y0} + \sum_{m=1}^{m_k} (N_{ym}^c \cos mZ\theta + N_{ym}^s \sin mZ\theta), \\ N_z &= N_{z0} + \sum_{m=1}^{m_k} (N_{zm}^c \cos mZ\theta + N_{zm}^s \sin mZ\theta), \\ M_y &= M_{y0} + \sum_{m=1}^{m_k} (M_{ym}^c \cos mZ\theta + M_{ym}^s \sin mZ\theta), \\ M_z &= M_{z0} + \sum_{m=1}^{m_k} (M_{zm}^c \cos mZ\theta + M_{zm}^s \sin mZ\theta),\end{aligned}\quad (12.11)$$

wobei  $N_y$  und  $N_z$  die Querkräfte und  $M_y$  und  $M_z$  die Biegemomente sind. In der Praxis werden maximal zwei Werte ( $m_k = 2$ ) in Betracht gezogen. Die Beiwerte der Reihen (12.11) werden aus (12.8) und (12.9) ermittelt, wenn der Nachstrom in der Form (12.10) eingesetzt wird.

Die mittleren, stationären Werte  $N_{y0}$ ,  $N_{z0}$ ,  $M_{y0}$  und  $M_{z0}$  entstehen aus der Ungleichförmigkeit der Anströmung. Die Erfahrung zeigt, dass die Schwankungen

von  $T$  und  $Q$  von den  $mZ$ -Werten abhängig sind, während die Schwankungen von den Querkräften und Biegemomenten von den  $mZ \pm 1$  Werten abhängen.

Für gerade Blattanzahl  $Z$  werden für Einschrauber größere Schwingungen des Schubes und des Drehmomentes angeregt (Abb. 12.3), während die Schwingungen der Querkraft und des Biegemoments kleiner sind. Im Gegensatz dazu werden kleinere Schwingungen des Schubes und des Drehmoments und größere Schwingungen der Querkraft und des Biegemomentes für ungerade  $Z$  erhalten.



**Abbildung 12.3:** *Abhängigkeit der relativen Amplituden der Schwankungen des Schubes und des Biegemomentes von der Flügelzahl des Propellers (entnommen aus [5])*

### 12.2.2 Maßnahmen zur Reduzierung des hydrodynamischen Anteils der periodischen Kräfte

Diese Maßnahmen sind:

- Gewährleistung der gleichförmigen Anströmung
- Vergrößerung der Propellerfreischläge
- Vergrößerung der Blattanzahl  $Z$
- Skew Propeller

Die Physik der Umströmung und die Vorteile der Skew - Propeller werden in [30] auf der Seite 714 beschrieben.

Bei Zweischraubern helfen die folgenden Maßnahmen:

- größere Öffnungswinkel der Wellenböcke und tangentialer Anschluss der Wellenbockarme an die Wellenbocknabe
- einarmige Wellenböcke
- Anordnung von Leitflächen

### **12.3 Periodische hydrodynamische Kräfte, die über das Wasser zum Schiff übertragen werden**

Für schnelle Schiffe mit einem Spiegelheck ist dieser Anteil der periodischen Kräfte der Hauptgrund der Vibration. Die periodisch, hydrodynamischen Kräfte, die über das Wasser zum Schiff übertragen werden, haben die folgenden drei Anteile:

- der Wirbelanteil (hängt vom Schub ab)
- durch Verdrängungseffekte verursachter Anteil (hängt von der Blätterdicke ab)
- aus der Wirkung der stationären und instationären Kavitation an den Propellerflügeln

Der Wirbelanteil entsteht durch die Druckimpulse, die von den Blättern als Tragflächen induziert werden. Da der Propeller eine endliche Flügelzahl besitzt, schwankt der an der Schiffsaußenhaut vom Propeller induzierte Druck. Dieser Anteil würde auch existieren, wenn die Blätter infinitesimal dünn wären. Wichtig für die Entstehung dieses Anteils ist die am Blatt erzeugte Druckdifferenz.

Die Blätter haben eine endliche Dicke, was zu den Verdrängungseffekten führt. Die Verdrängung verursacht auch die Druckimpulse im Bereich der Schiffsaußenhaut.

Wenn beim Propellerbetrieb die Kavitation auftritt, wird der Wirbelanteil geringer, da der Propeller weniger Schub erzeugt. Damit ist die Druckdifferenz an den Propellerblättern kleiner. Im Gegensatz dazu steigt der durch die Verdrängungseffekte verursachte Anteil aus zwei Gründen. Erstens wird die Verdrängung größer, weil die effektive Dicke der Blätter durch die Kavitation vergrößert wird. Zweitens verursacht die Ungleichförmigkeit der Anströmung die Schwankungen der Kavitationsblase. In diesem Fall werden die durch die Verdrängungseffekte verursachten Druckimpulse durch die Schwankung der Kavitationsblase verstärkt.

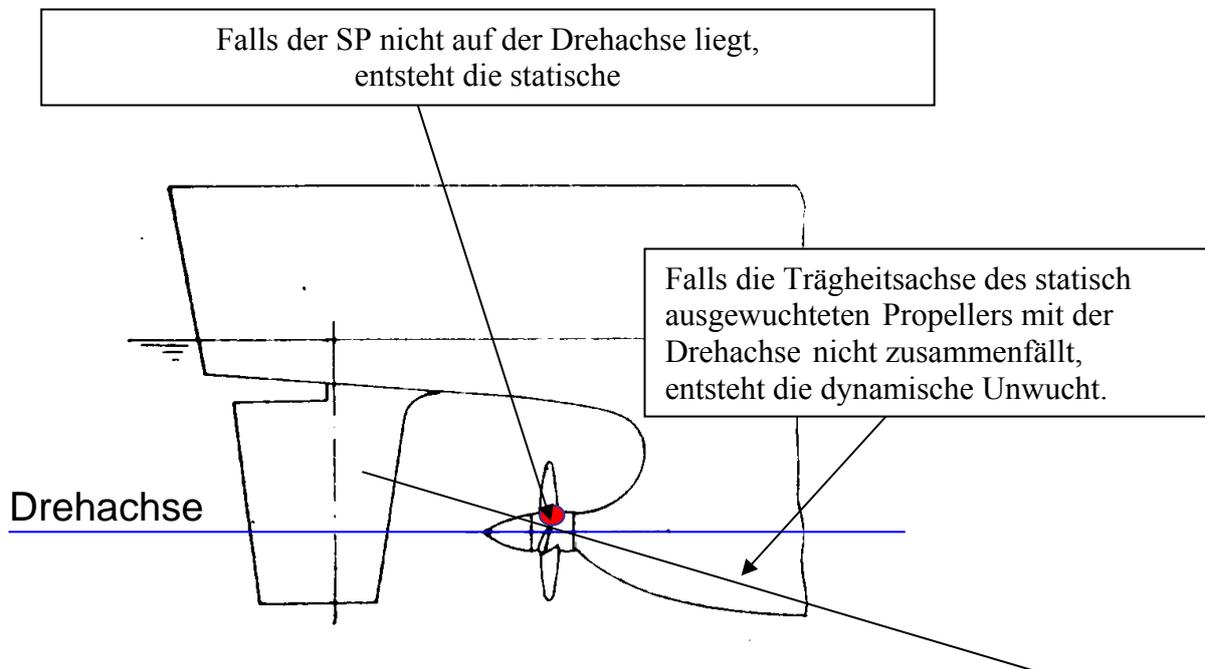
Maßnahmen zur Reduzierung dieses Anteils der periodischen Kräfte sind die Gewährleistung der gleichförmigen Anströmung, die Vergrößerung der

Propellerfreischläge, die Vergrößerung der Blattanzahl  $Z$  (Achtung: Resonanz) und der Skew - Propeller.

## 12.4 Periodische mechanische Kräfte

Ein Propeller wird immer mit Fehlern hergestellt. Das führt zur Unwucht des Propellers und der Entstehung weiterer periodischer Kräfte mechanischer Natur, die der Propeller zum Schiff überträgt. Dabei werden statische und dynamische Unwuchten unterschieden. Wenn der Schwerpunkt des Propellers nicht auf der Drehachse liegt, entsteht die statische Unwucht (Abb. 12.4), die auf speziellen Anlagen kontrolliert wird. Falls die Unwucht inakzeptabel groß ist, wird ein Teil des Propellerwerkstoffes von der Nabe und von den Blättern entfernt. Damit kann man die Schwerpunktlage zur Drehachse verschieben.

Wenn die Trägheitsachse des statisch ausgewuchteten Propellers mit der Drehachse nicht zusammenfällt, entsteht die dynamische Unwucht (Abb. 12.4). Sie entsteht üblicherweise durch Herstellungsfehler, die durch die Unterschiedlichkeit des Rakes einzelner Propellerblätter oder durch die Verschiebung eines Blattes in axialer Richtung führen. Die dynamische Unwucht wird auf speziellen Anlagen kontrolliert. Die Erfahrung zeigt aber, dass ein statisch, ausgewuchteter Propeller keine kritische dynamische Unwucht aufweist. Die Kontrolle der dynamischen Unwucht ist nur für Propeller mit großer Drehzahl wichtig.



**Abbildung 12.4: Entstehung der mechanischen periodischen Kräfte durch Unwucht**

## 12.5 Begriffe der Propellerakustik

In der Akustik werden Infraschall mit Frequenzen von 1 bis 10 Hz, Schall mit Frequenzen zwischen 10 und 10000 Hz und der Ultraschall mit den Frequenzen zwischen 10 und 100 KHz unterschieden. Die Geräuschintensität wird in Dezibel gemessen. Der übliche Bereich der Geräuschintensität der Schallfrequenzen liegt für Schiffe zwischen 30 und 100 dB. Dabei ist der Propeller eine der Hauptquellen des Geräusches am Schiff.

Es gibt vier physikalische Gründe für die Erzeugung von Geräuschen durch Propeller:

- Kavitationsgeräusche: Das Kavitationsgeräusch entsteht durch das Auftreten, durch Schwankungen und durch das Kollabieren von Kavitationsblasen. Dabei spielt die Blasenform der Kavitation (Kapitel 3) für die Erzeugung des Geräusches die entscheidende Rolle.
- Geräusch des drehenden Propellers als ein starrer Körper: Der Schall wird dabei durch die vom drehenden Propeller verursachten Druckimpulse in der umgebenden Flüssigkeit erzeugt. Die Ursachen für die Schwankungen des Druckfeldes sind die Ungleichförmigkeit der Anströmung, die endlichen Flügelzahlen und die endliche Flügeldicke.
- „Singen“ des Propellers: Dieser Geräuschanteil wird durch Ablösungsumströmung der Hinterkante und durch die Elastizität des Propellerblattes verursacht. Durch die periodischen Ablösungen erfährt das Propellerblatt elastische Schwingungen und erzeugt die Druckwellen in der Flüssigkeit.
- Akustische Wechselwirkung zwischen Propeller und Schiffskörper. Wiederausstrahlung vom Schiffskörper der vom Propeller induzierten Druckschwingungen.

Die Maßnahmen zur Beseitigung des Kavitationsgeräusches sind den Maßnahmen zur Beseitigung der Kavitation ähnlich. Die Auswahl des Durchmesser und der Drehzahl, die Vergrößerung der Flügelzahl und des Flächenverhältnisses sowie die Anwendung spezieller Profilformen mit stoßfreier Umströmung der Eintrittskante können Kavitationsgeräusche vermindern.

Der zweite Anteil des Geräusches kann durch Vergleichmäßigung der Propellerzuströmung, durch die Auswahl günstiger Schiffsförmungen und passende Anordnung des Propellers am Schiff reduziert werden. Eine effektive Maßnahme zur Reduzierung des Geräusches ist die Anwendung von Skew - Propellern.

Das Singen des Propellers kann durch die Anschärfung der Blattaustrittskanten beseitigt werden.

Die Wiederausstrahlung der vom Propeller induzierten Druckschwingungen kann durch Verfestigung der Schiffsaußenhaut reduziert werden.

## Übung

Bereiten Sie eine Power Point Präsentation (bevorzugt auf Englisch) über die Schiffsantriebe vor, die im Vorlesungskurs nicht gelehrt wurden! Ein Thema kann aus der folgenden Liste ausgewählt werden:

- Voith Schneider Antrieb
- Surface-Piercing Propeller
- Kugelradantrieb
- Flapping Foil Antrieb
- POD Antriebe
- Schaufelrad

Die Präsentation soll etwa 15 min dauern und 10-15 Folien mit folgenden Punkten beinhalten:

- Wirkungsprinzip
- Hauptparameter
- Hydrodynamische Eigenschaften
- Theoretische Modelle des Antriebs
- Experimentelle Untersuchung des Antriebs
- Einsatzgebiet, typische Anwendungen
- Zusammenfassung



## 13. Hinweise zum Propellerentwurf

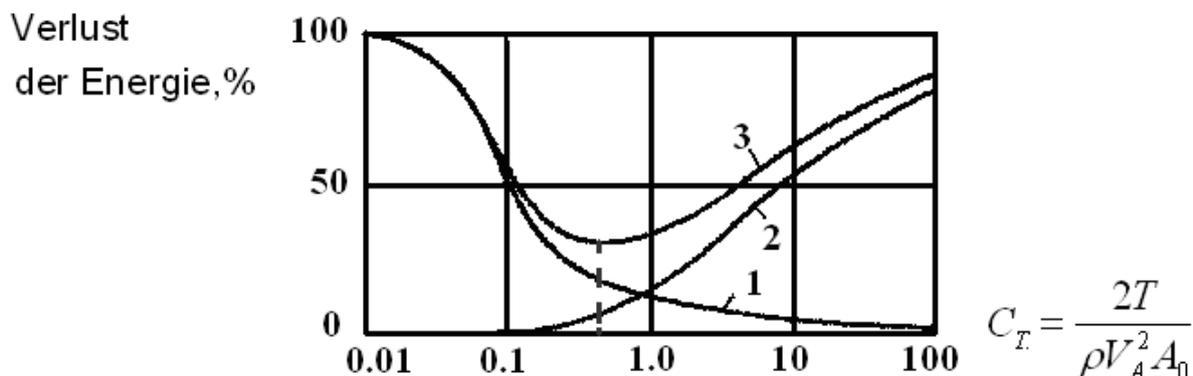
### 13.1 Maßnahmen zur Erhöhung der Effizienz der Propeller

#### 13.1.1 Energieverluste an Schiffsantrieben

20 bis 50 Prozent der dem Propeller zugeführten Energie geht verloren. Wie in der Strahltheorie des Propellers (siehe Kapitel 5) gezeigt wurde, kann man die folgenden Energieverluste in Schiffsantrieben unterscheiden:

- Verluste aufgrund der Erzeugung der Umfangsgeschwindigkeiten
- Verluste aus der Erzeugung der Axialgeschwindigkeiten
- Verluste infolge Reibung

Das Verhältnis zwischen verschiedenen Energieverlusten wird in Abb. 13.1 in Abhängigkeit vom Schubbelastungsgrad schematisch dargestellt. Bei kleinen Werten des Schubbelastungsgrades dominieren die Verluste infolge Reibung, während bei großen  $C_T$  die Verluste aus der Erzeugung der Axialgeschwindigkeiten den größten Beitrag zum Energieverlust leisten. Der optimale Betriebszustand entspricht dem Schubbelastungsgrad, bei dem der Energieverlust minimal ist. Bei diesem Schubbelastungsgrad wird der optimale Wirkungsgrad des Propellers erreicht.



**Abbildung 13.1: Verhältnis zwischen verschiedenen Energieverlusten im Propeller.** (entnommen aus [5]). 1- Verluste aufgrund der Erzeugung der Umfangsgeschwindigkeiten und des Einflusses der Reibung, 2- Verluste aus der Erzeugung der Axialgeschwindigkeiten, 3- gesamter Verlust, Strichlinie- optimaler Betriebszustand

Die Verluste aus der Erzeugung der Axialgeschwindigkeiten sind unvermeidlich. Sie können aber durch die Verkleinerung des Schubbelastungsgrades minimiert werden. Das kann man durch Erhöhung des Propellerdurchmessers erreichen. Falls  $C_T$  größer als zwei können die Energieverluste durch Einsatz von Düsen wesentlich minimiert werden (siehe Kapitel 5.7).

### 13.1.2 Reduzierung der Verluste infolge Axialgeschwindigkeiten durch Vergrößerung des Durchmessers

Diese Maßnahme ist ein typischer Weg die Effizienz des Propellers zu erhöhen. Für die Erhöhung des Durchmessers gibt es aber Einschränkungen sowohl technologischer, konstruktiver als auch hydrodynamischer Art. Auf technologische Probleme wird hier nicht eingegangen. Zuerst werden konstruktive Einschränkungen betrachtet. Der Propeller soll sowohl im Reisezustand als auch bei Ballastfahrt völlig eingetaucht sein. Der Lufteinbruch zum Propeller soll vermieden werden. Deshalb ist der Durchmesser der Propeller bezogen auf den Tiefgang bei Tankern und Schüttgutschiffen, die sehr oft im Ballastzustand fahren, relativ klein  $D/T < 0.65$ . Containerschiffe bewegen sich selten im Ballastzustand, deshalb ist bei Containerschiffen  $D/T < 0.75$ . Aus technologischen Gründen übersteigt normalerweise der Durchmesser des Propellers den Wert von 10 m nicht. Der größte bis jetzt gebaute Propeller hat einen Durchmesser von 11 m. Bei Schiffen mit eingeschränktem Tiefgang verwendet man die Tunnelform im Heckbereich des Schiffes (siehe Abb. 13.2). Der Kanal im Tunnel ist während der Fahrt mit Wasser gefüllt und der Lufteinbruch zum Propeller wird verhindert. Dabei muss man aber aufpassen, dass die Propulsion des Systems „Schiff+Antrieb“ durch diese Schiffform nicht verschlechtert wird.

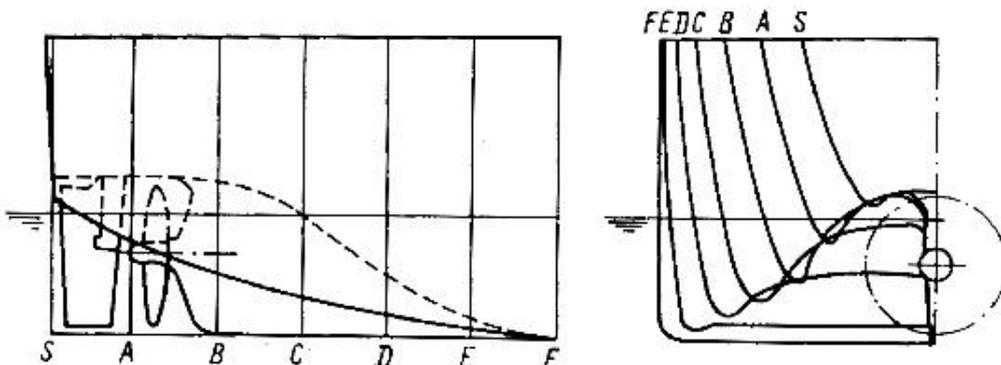


Abbildung 13.2: Tunnelform des Heckbereiches für Schiffe mit eingeschränktem Tiefgang (entnommen aus [5])

Der Zusammenhang zwischen dem Schub, dem Durchmesser und der Drehzahl (siehe die nächste Formel nach der Formel (4.17)) ist

$$D\sqrt{n} = \text{const}T^{1/4} \quad (13.1)$$

Für einen vorgegebenen Schub  $T$ , soll die Erhöhung des Durchmessers vom  $D_0$  zu  $D$  mit Verringerung der Drehzahl von  $n$  zu  $n_0$  begleitet werden:

$$n/n_0 = 1/\left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \quad (13.2)$$

Die Erhöhung der Effizienz durch die Vergrößerung des Durchmessers hat eine Einschränkung hydrodynamischer Art. Falls der Durchmesser größer wird, nehmen der Sogeffekt (die Sogziffer  $t$  wird größer) und der Widerstand durch ungünstige

Änderung der Heckform zu. Dabei tendiert die Nachstromziffer zu einem konstanten Wert. Als Ergebnis kann der Gütergrad der Propulsion durch die Vergrößerung des Durchmessers geringer werden:

$$w \rightarrow \text{const}, t \uparrow \Rightarrow \eta_D = \frac{1}{i_Q} \eta_0 \frac{1-t}{1-w} \downarrow \quad (13.3)$$

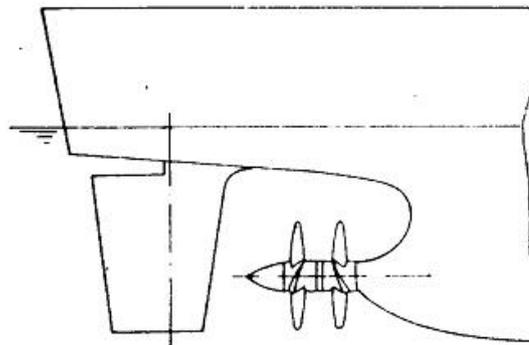
Die Erhöhung des Durchmessers kann auch die Vibration verstärken, weil der Abstand zwischen dem Schiffskörper und dem Propeller kleiner wird. Das andere Problem, das durch Vergrößerung des Durchmessers entsteht, ist die Erhöhung des Momentes bei gleicher Leistung und damit die Erhöhung des Durchmessers der Propellerwelle und der damit verbundenen konstruktiven Änderungen und Kostenerhöhungen.

Aus der langjährigen Erfahrung wird das Verhältnis  $D/T \sim 0.7 \dots 0.75$  empfohlen. Der Schubbelastungsgrad liegt dabei im Bereich zwischen 1.5 und 2.0.

### 13.1.3 Reduzierung der Verluste infolge Umfangsgeschwindigkeiten

Man unterscheidet die folgenden Maßnahmen zur Reduzierung der Verluste infolge der Umfangsgeschwindigkeiten:

- Anwendung der Gegenlaufpropeller (siehe Abb. 13.3).

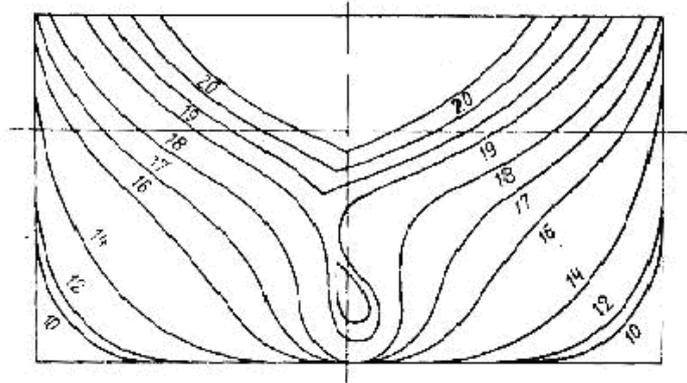


**Abbildung 13.3 Gegenlaufpropeller**

Der zweite Propeller nutzt den von dem ersten Propeller erzeugten Vordrall aus (siehe Übung). Die Steigung des zweiten Propellers wird bei etwa gleicher Leistungsaufteilung zwischen vorderem und hinterem Propeller größer als die des ersten sein (siehe Übung). Die Erhöhung des Wirkungsgrades des Contrapropellerantriebes kann in der Freifahrt zwischen 10 und 12 Prozent sein. Durch die Anwendung eines solchen Propellerpaares sinkt der Sogeffekt. Da das Propellerpaar weiter vom Schiffsrumpf als der einzelne Propeller entfernt ist, sinkt auch die Ungleichförmigkeit der Anströmung. Als Ergebnis nimmt der Schiffseinflussgrad um 10 bis 15 Prozent zu. Dadurch kann die zugeführte Leistung um bis zu 20 Prozent reduziert werden.

- Vordrall der Anströmung.

Ein Vordrall der Anströmung kann durch unsymmetrische Spantenformen im Heckbereich des Schiffes (Abb. 13.4) oder durch die Anbringung von Leitflügeln erreicht werden (siehe Übung). Der Leistungsgewinn durch unsymmetrische Heckform kann bis zu 7 Prozent betragen.



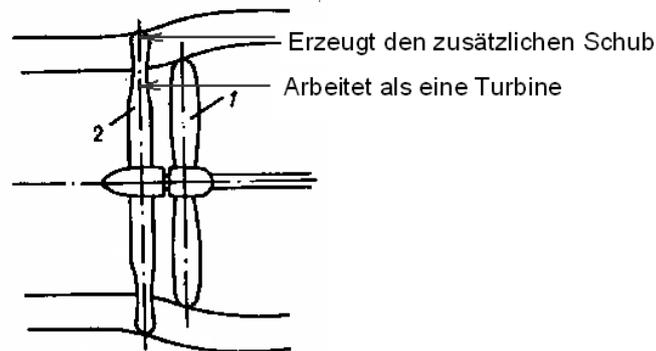
**Abbildung 13.4: Unsymmetrische Heckform des Schiffes[5]**

Als Beispiel für Leitflügel wird in Abb. 13.5 der von der Fa. Daewoo entworfene Pre-Swirl Stator gezeigt. Obwohl der Stator einen zusätzlichen Widerstand erzeugt, führt der durch Vordrall bedingte positive Effekt zur Verbesserung der Propulsionseigenschaften [14]. Die Reduzierung der für gleiche Schiffsgeschwindigkeit erforderlichen Leistung liegt zwischen 4 und 5 Prozent.



**Abbildung 13.5: Pre-Swirl Stator[14]**

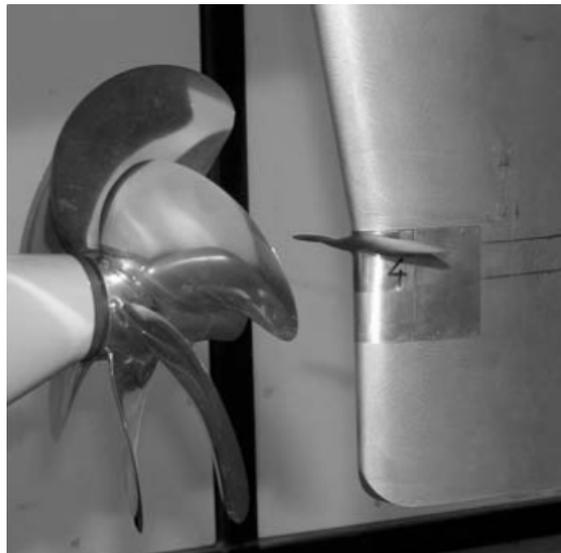
- Anwendung des Leitrades von Grimm



**Abbildung 13.6: Leitrad von Otto Grimm**

Das Leitrad von Otto Grimm ist ein hinter dem Propeller freilaufendes Flügelrad, das aus zwei Teilen besteht. Der innere Teil arbeitet als eine Turbine und dient der Erzeugung eines Drehmomentes. Der äußere Teil erzeugt einen zusätzlichen Schub. Der gesamte Schub nimmt um 10 bis 13 Prozent zu, während der Wirkungsgrad um 10 Prozent größer wird.

- Anwendung der Thrust Fins.



**Abbildung 13.7: Thrust Fin[14]**

Unter den modernen Propulsionsverbessernden Maßnahmen, die die Energieverluste infolge Umfangsgeschwindigkeiten zurückgewinnen, sind die so genannten Thrust Fins zu nennen (siehe Abb. 13.7). Die Fins werden so entworfen, dass sie einen zusätzlichen Schub in dem vom Propeller verdrängten Strahl erzeugen. Die Erhöhung der Effizienz der mit Fins ausgerüsteten Propeller beträgt bis zu 5 Prozent.

### 13.1.4 Erhöhung der Effizienz durch Ausnutzung des Nachstromes bei 2-Schraubern- Schiffen

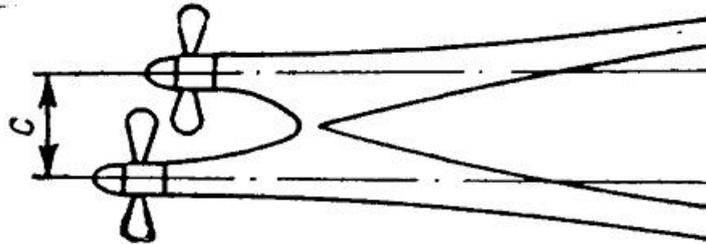


Abbildung 13.8: Überlappende Propeller[5]

Eine sehr effiziente Maßnahme für Zweischauber ist die Anwendung der überlappenden Propeller (siehe Abb. 13.8). Falls zwei Schrauben senkrecht in der gleichen Ebene installiert werden, ragen sie aus dem Nachstromfeld heraus. Der positive Einfluss des Nachstromes wird nicht völlig ausgenutzt. Durch Verschiebung eines Propellers in die horizontale Richtung kann der Abstand zwischen den Propellerachsen minimiert werden. Beide Propeller arbeiten im Nachstromfeld. Obwohl der Ausdruck  $1-t$  durch Verstärkung des Sogeffektes bei überlappenden Propellern unwesentlich abnimmt, steigt der Schiffseinflussgrad  $\eta_H = \frac{1-t}{1-w}$  an, da die

Vergrößerung der Nachstromziffer  $W$  wesentlich ist. Der Leistungsgewinn beträgt  $\Delta P \sim 13 \div 15\%$  für konventionelle und  $\Delta P \sim 7\%$  für schnelle Schiffe. Das Verhältnis  $c/D$  beträgt  $0.7-0.75$ , während es im konventionellen Fall ohne Überlappung zwischen  $1.7$  und  $1.8$  liegt.

## 13.2 Auswahlrichtlinien für Propeller<sup>17</sup>

### 13.2.1 Propellerzahl

Für die Anordnung von mehreren Propellern können folgende Gründe sprechen:

- Tiefgangsbeschränkung / hohes Breiten-Tiefgangsverhältnis am Hinterschiff
- ein besserer Schubbelastungsgrad und ein besserer Propellerwirkungsgrad
- die Verbesserung der Manövrierfähigkeit
- größere Betriebssicherheit
- größere Kavitationssicherheit
- Vermeidung der Schwingungserregung

Gegen die Anordnung von mehreren Propellern können folgende Gründe sprechen:

---

<sup>17</sup>siehe auch Abschnitt 5.6 in [28].

- ein höherer Leistungsbedarf
- höhere Gestehungskosten
- größerer Personalbedarf für Betrieb und Wartung

### 13.2.2 Flügelzahl

Übliche Flügelzahlen sind in der Tabelle 13.1 gegeben.

**Tabelle 13.1. Typische Flügelzahl von verschiedenen Schiffen.**

Flügelzahl	Schiff
2	Segel, kleine Motorboote, Fischkutter
3	die meisten Doppelschrauber, Küstenmotorschiffe
4	für Einschrauber der Normalfall
5	Einschrauber, aus Schwingungssicherheitsgründen, Senkung der Kavitationsbelastung
6	Einschrauber, aus Schwingungssicherheitsgründen, Senkung der Kavitationsbelastung

### 13.2.3 Flächenverhältnis

Die Propeller werden mit dem Flächenverhältnis  $A_E / A_0 = 0.40 \dots 1.50$  gebaut. Typische Werte des Verhältnisses sind in der Tabelle 13.2 zu finden.

**Tabelle 13.2 Typisches Flächenverhältnis von verschiedenen Schiffen.**

Flächenverhältnis	Schiff
0.55-0.65	Frachtschiffe
0.6-0.7	Schlepper
0.9-1.4	Schnelle Schiffe

Die Erhöhung des Verhältnisses  $A_E / A_0$  vermindert die Kavitationsgefahr. Gleichzeitig aber sinkt der Wirkungsgrad des Propellers. Zum Beispiel, sinkt der Wirkungsgrad um 1.5 bis 2 Prozent  $\Delta\eta = -1.5\% \dots -2.0\%$  bei einer Erhöhung des Verhältnisses um 10 Prozent  $\Delta A_E / A_0 = 0.1$ .

### 13.2.4 Steigungsverhältnis.

Die folgende Empfehlung kann in der ersten Phase des Propellerentwurfs für das Steigungsverhältnis  $P/D$  benutzt werden:

$$\frac{V_T}{V_A} \frac{P}{D} \approx 5,$$

wobei  $V_T$  die Umfangsgeschwindigkeit (ohne Berücksichtigung der induzierten Geschwindigkeiten) auf dem Radius  $\bar{r} = r/R = 0.7$  ist.

### 13.2.5 Anordnung des Propellers hinter dem Rumpf

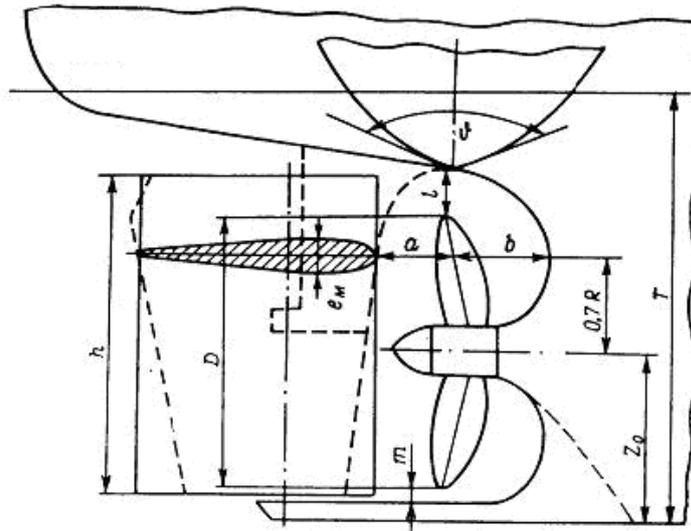


Abbildung 13.9: Anordnung des Propellers hinter dem Schiff [11]

Die folgenden Empfehlungen für die Anordnung des Propellers hinter dem Schiff können aus dem Handbuch [11] entnommen werden (siehe Bezeichnungen in Abb. 13.9):

$$b/D \geq 0.45, m/D \geq 0.05,$$

$$a/D \geq 0.2 + 1.5(e_M/D - 0.15),$$

$$e_M/D \leq 0.22 + 0.3(a/D - 0.2).$$

$$l/D \geq 0.15 + 1.1 \cdot 10^{-3} (\vartheta - 60) \quad \text{für 1-Schrauber,}$$

$$l/D \geq 0.26 \quad \text{für 2-Schrauber.}$$

### 13.3 Anpassung des Motors und des Antriebs

Bei der Verwendung von Festpropellern müssen Schiff, Motor und Propeller aufeinander abgestimmt werden. Das heißt, die Drehzahl des Propellers soll so ausgewählt werden, dass die vorgesehene Motorleistung für die vertragliche Schiffsgeschwindigkeit bereit steht. Bei der direkten Übertragung der Motorleistung zum Propeller muss die Drehzahl der Motorwelle und des Propellers gleich sein. Außerdem ist darauf zu achten, dass das von der Maschine abzugebende Drehmoment  $Q_d$ , unter Berücksichtigung der Reibungsverluste an der Welle dem am Propeller entgegenwirkenden hydrodynamischen Drehmoment  $Q$  gleich ist

$$Q = Q_d \quad (13.4)$$

Das hydrodynamische Moment wird aus der Definition des Drehmomentenbeiwertes  $K_Q$  berechnet:

$$Q = K_Q \rho n^2 D^5, \quad (13.5)$$

wobei  $K_Q$  vom Fortschrittsgrad  $J$  und von der Propellersteigung  $P/D$  abhängig ist. Das von der Maschine abzugebende Drehmoment kann in der gleichen Form dargestellt werden:

$$Q_d = K'_Q \rho n^2 D^5, \quad (13.6)$$

wobei der Beiwert  $K'_Q$  nur von der Drehzahl abhängig ist. Für Frachtschiffe ist die Abhängigkeit der Drehzahl von der Geschwindigkeit üblicherweise linear:

$$V_s = C_1 n. \quad (13.7)$$

Deshalb ändern sich der Fortschrittsgrad  $J = \frac{V_s}{nD}$  und der Momentenbeiwert  $K_Q$  bei konstanter Steigung  $P/D$  kaum. Als Folge ist die vom Propeller aufgenommene Leistung proportional der Drehzahl mit der dritten Potenz

$$P_D = 2\pi n Q = 2\pi K_Q \rho n^3 D^5 = C_2 n^3 \quad (13.8)$$

Die Bedingung (13.4) wird erfüllt, wenn die Beiwerte  $K'_Q$  und  $K_Q$  gleich sind:

$$K'_Q(n) = K_Q(J, P/D) \quad (13.9)$$

Das Problem besteht darin, dass die linke Seite der Gleichung (13.9) nur von der Drehzahl und die rechte Seite vom Fortschrittsgrad abhängig sind. Eine Änderung des Schiffswiderstandes bei einer konstanten Drehzahl der Maschine führt zur Verletzung der Gleichung (13.9). Die gemeinsame Wirkung des Motors und des Propellers wird dadurch gestört.

Es wird ein typisches „Leistungs - Drehzahl-“ oder „Leistungs - Geschwindigkeits-“ Diagramm betrachtet, was laut der Gleichung (13.7) ähnlich ist, (für Dieselmotoren Abb. 13.10). Es sind die folgenden Linien zu sehen:

- 1- Kennlinie des Dieselmotors bei max. Füllung
  - 2- Kennlinie des Dieselmotors, die der minimalen Drehzahl entspricht, bei denen eine stabile Arbeit der Maschine noch möglich ist
  - 3- Leerlaufkennlinie
  - 4- Grenzkennlinie für maximale mögliche Drehzahl
- I, II und III – Kennlinien des Antriebs hinter dem Schiff (Schiffsleistungskurve)

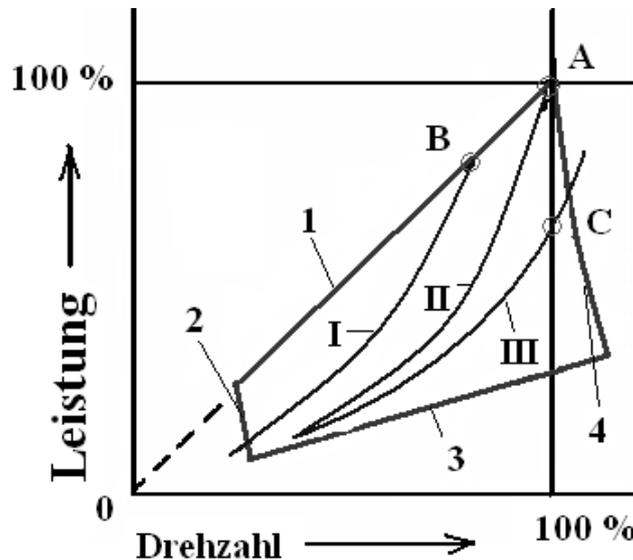


Abbildung 13.10: Kennlinien für Dieselmotor mit Festpropeller

Der Propeller ist am Dieselmotor gut angepasst, wenn er die volle Motorleistung nutzen kann. Die Kennlinie eines solchen Propellers ist die Linie II, die die Kennlinie des Motors im Punkt A durchkreuzt. In diesem Punkt gilt  $K'_Q(n_{100}) = K_Q(J)$ . Hier ist  $n_{100}$  die Nenndrehzahl. Wird z.B. der Widerstand größer<sup>18</sup>, nehmen die

<sup>18</sup> beispielsweise durch Seegang oder durch Außenhautbewuchs

Schiffsgeschwindigkeit und der Fortschrittsgrad  $J$  ab. Dabei nimmt der Momentenbeiwert  $K_Q$  zu und wird größer als  $K'_Q(n_{100})$ . Die Zunahme des Beiwertes  $K_Q$  kann auch durch die Vergrößerung der Propellersteigung erreicht werden. In beiden Fällen wird die Linie I die Kennlinie des Schiffspropellers. Sie schneidet die Kennlinie des Dieselmotors im Punkt B. Das Drehmoment würde bei der Nenndrehzahl unzulässig groß. Die Drehzahl muss zum Erreichen des zulässigen Momentes auf  $n_B$  gesenkt werden. Der Propeller dreht sich dann mit einer niedrigeren Drehzahl  $n_B < n_{100}$ . Die Geschwindigkeit des Schiffes wird geringer, als die, die bei Kennlinie II erreicht wird. Die Motorleistung wird nicht komplett ausgenutzt. Genauso wird die vorhandene Drehzahlreserve nicht ausgenutzt, wenn der Widerstand oder die Steigung abnehmen. In diesem Fall stellt sich die Schiffsleistungskurve III ein. Bei der Nenndrehzahl im Betriebspunkt C ist die vom Propeller aufgenommene Leistung geringer, als die vorhandene. Der Betrieb des Motors ist aber in beiden Fällen (B und C) unwirtschaftlich, weil die vorhandene Leistung nicht völlig ausgenutzt wird.

Manchmal werden die Propeller mit der Kennlinie I als hydrodynamisch schwere Propeller bezeichnet, während die Propeller mit Kennlinien III dementsprechend hydrodynamisch leichte Propeller sind.

Der Propeller soll so ausgelegt werden, dass seine Kennlinie im Reisezustand die Kennlinie des Motors im Punkt A durchkreuzt. Da der Widerstand des Schiffes im Betriebszeitverlauf ansteigt, soll der Propeller, wenn das Schiff das Dock nach Wartungsarbeiten verlässt, hydrodynamisch etwas leichter sein. Im Intervall zwischen zwei Wartungsarbeiten im Dock wird der Propeller dem Motor gut angepasst (Kennlinie II). Am Ende eines Intervalls wird der Propeller hydrodynamisch etwas schwerer sein (Kennlinie I). Um diese Überlegung in Betracht zu ziehen, wird der Propeller unter folgenden Bedingungen entworfen:

- Widerstandsberechnung für neue Schiffe ohne Bewuchs, ohne Seegang, mit voller Beladung
- Drehleistung des Motors ist der Nenndrehleistung gleich
- die Drehzahl wird aus der Formel berechnet

$$n_{ber} = Kn_{100}, \quad (13.10)$$

wobei  $K$  zwischen 1,03 und 1,05 abhängig vom Schiffstyp liegt. Die Steigung des unter diesen Bedingungen ausgelegten Propellers ist etwas geringer, als die Steigung des Propellers, der unter der Bedingung  $n_{ber} = n_{100}$  entworfen wird.

Bei Verstellpropellern sind die oben beschriebenen Anpassungsprobleme des Motors und des Propellers nicht so kritisch wie bei Festpropellern. Trotzdem wird auch beim Verstellpropeller die Steigung sorgfältig ausgewählt. Die dabei auftretenden Probleme werden auf Seite 706 in [30] kurz erklärt.

## Übungen

1. Erklären Sie den physikalischen Mechanismus der Erhöhung der Propellereffizienz durch Anwendung von Contrapropellern! Warum soll die Steigung des zweiten Propellers größer als des ersten sein?
2. Erklären Sie den physikalischen Mechanismus der Erhöhung der Propellereffizienz durch Anwendung von unsymmetrischen Spanten im Heckbereich des Schiffes! Welche Drehrichtung hat der Propeller im Fall der in der Abbildung 13.4 dargestellten Schiffsform?
3. Erklären Sie den physikalischen Mechanismus der Erhöhung der Propellereffizienz durch Anwendung von Thrust Fins! Welche Drehrichtung hat der Propeller in der Abbildung 13.7?

## 14. Hydrodynamik der Wasserstrahlantriebe

In diesem Kapitel wird der Wasserstrahltrieb mit Axialpumpe betrachtet. Wird der Impulssatz angewendet, ergibt sich für den vom Wasserstrahltrieb erzeugten Schub  $T$ :

$$T = \dot{m}(V_j - V_s), \quad (14.1)$$

wobei  $\dot{m}$  der Massendurchsatz durch die Wasserstrahlpumpe,  $V_j$  die Geschwindigkeit im Strahl in einer großen Entfernung vom Auslass und  $V_s$  die Geschwindigkeit des Schiffes ist (s. Abb. 14.1).

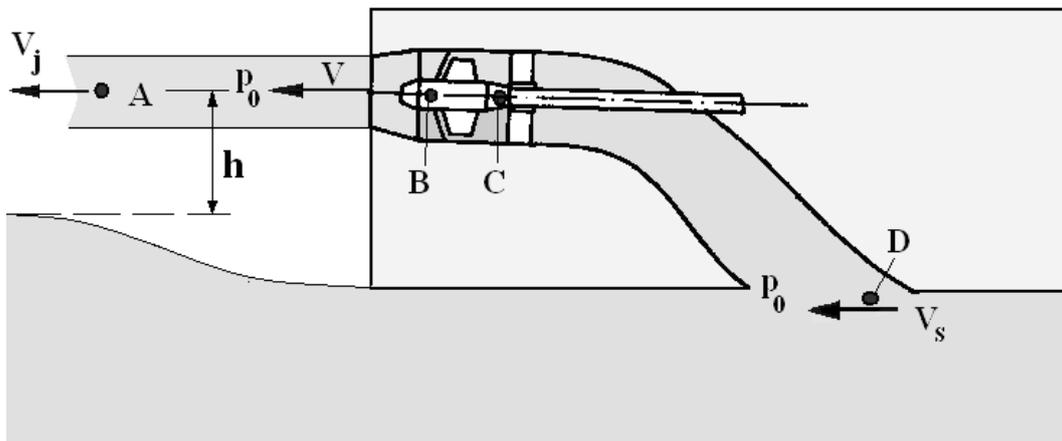


Abbildung 14.1: Zur Herleitung des Wirkungsgrades des Wasserstrahltriebes

Der Massendurchsatz  $\dot{m}$  kann als Produkt der Wasserdichte  $\rho$ , der Geschwindigkeit am Auslass der Antriebsdüse  $V$  und des Düsenquerschnittes  $F$  berechnet werden.

$$\dot{m} = \rho F V \quad (14.2)$$

Es wird angenommen, dass  $V \approx V_j$  oder  $\dot{m} = \rho F V_j$ . Damit lautet die Formel (14.1):

$$T = \rho F V_j (V_j - V_s) \quad (14.3)$$

Genau wie in der Strahltheorie des Propellers wird das Arbeitsrad der Pumpe als eine dünne Wirkscheibe modelliert. Es werden 4 Punkte betrachtet:

- Punkt A im Strahl weit entfernt vom Schiff

- Punkt B nach der Wirkscheibe
- Punkt C vor der Wirkscheibe
- Punkt D am Einlass des Antriebes

Die Bernoulli'sche Gleichung wird für die Punkte D und C in der Form

$$\underbrace{p_0 + \rho \frac{V_S^2}{2}}_D = \underbrace{p_c + \rho \frac{V_c^2}{2}}_C + \Delta p_1 \quad (14.4)$$

geschrieben, wobei  $V_c$  die Geschwindigkeit in der Wirkscheibe des Arbeitsrades der Pumpe und  $p_c$  der Druck vor der Wirkscheibe sind. Das Glied  $\Delta p_1$  auf der rechten Seite der Gleichung (14.4) ist die Summe der hydraulischen Druckverluste und der Druckverluste, die durch das Wasserheben auf die Höhe  $h$  entstehen. Die Bernoulli'sche Gleichung, geschrieben für die Punkte B und A, lautet

$$\underbrace{p_B + \rho \frac{V_B^2}{2}}_B = \underbrace{\rho \frac{V_j^2}{2} + p_0}_A + \Delta p_2 \quad (14.5)$$

Hier steht  $\Delta p_2$  für hydraulische Verluste hinter der Wirkscheibe. Die Geschwindigkeiten vor und nach der Wirkscheibe sind laut Kontinuitätsgleichung gleich,  $V_B = V_c$ . Druckänderungen durch die Wirkscheibe des Wasserstrahlantriebes ergeben sich aus (14.4) und (14.5):

$$\Delta p = p_B - p_c = \left( \rho \frac{V_j^2}{2} - \rho \frac{V_S^2}{2} \right) + \Delta p_1 + \Delta p_2 \quad (14.6)$$

Der Druckunterschied  $\Delta p$  bezogen auf  $\rho g$  heißt die Druckhöhe der Pumpe

$$H = \frac{\Delta p}{\rho g} = \left( \frac{V_j^2}{2g} - \frac{V_S^2}{2g} \right) + \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{\rho g} \quad (14.7)$$

Die Verluste  $\Delta p_1 + \Delta p_2$  beinhalten die hydraulischen Verluste und die Verluste aufgrund des Wasserhebens auf die Höhe  $h$ . Der zweite Anteil der Verluste entsteht nur dann, wenn der Wasserstrahl über der Wasseroberfläche ausgeworfen wird. Die hydraulischen Verluste setzen sich aus den Verlusten am Einlass und im Kanal vor der Pumpe sowie aus den Verlusten in der Düse zusammen

$$\zeta_{hydr} = \zeta = \zeta_{in} + \zeta_{out}, \quad (14.8)$$

wobei

$$\zeta_{in} = \frac{\Delta p_1 - \rho g h}{\rho V_s^2 / 2}, \quad \zeta_{out} = \frac{\Delta p_2}{\rho V_j^2 / 2} \quad (14.9)$$

Mit diesen Bezeichnungen wird die Druckhöhe (14.7) in der folgenden Form geschrieben:

$$H = \frac{V_j^2}{2g} (1 + \zeta_{out}) - \frac{V_s^2}{2g} (1 - \zeta_{in} - \bar{h}), \quad \text{wobei} \quad \bar{h} = \frac{2gh}{V_s^2} \quad (14.10)$$

Die Nutzleistung der Pumpe ist gleich der Arbeit, die die Pumpe pro Zeiteinheit leistet, um die Wassermasse mit dem Gewicht  $\rho g Q_0$  auf die Druckhöhe  $H$  zu heben:

$$P = \rho g H Q_0, \quad (14.11)$$

wobei  $Q_0 = F_p V_B$  der Volumendurchsatz durch die Pumpe und  $F_p$  der hydraulische Querschnitt der Pumpe sind. Beim Einsetzen von (14.10) in (14.11), ergibt sich

$$P = \left[ \frac{V_j^2}{2g} (1 + \zeta_{out}) - \frac{V_s^2}{2g} (1 - \zeta_{in} - \bar{h}) \right] \rho g F_p V_B \quad (14.12)$$

Bei Einführung des Kontraktionsbeiwertes der Düse  $\beta = F / F_p$  ergibt sich  $F_p V_B = F V_j \Rightarrow V_B = V_j \beta$ . Damit kann die letzte Formel in folgender Form geschrieben werden:

$$P = \left[ \frac{V_j^2}{2g} (1 + \zeta_{out}) - \frac{V_s^2}{2g} (1 - \zeta_{in} - \bar{h}) \right] \rho g F_p V_j \beta \quad (14.13)$$

Die zur Pumpe gelieferte Leistung soll größer als  $P$  sein, um die Verluste innerhalb der Pumpe zu überwinden. Diese Verluste werden durch den Wirkungsgrad der Pumpe  $\eta_{wheel}$  berücksichtigt:  $P_D = P / \eta_{wheel}$ . In der Regel liegt  $\eta_{wheel}$  zwischen 0.8 und 0.85. Damit wird die folgende Formel für den Wirkungsgrad des Antriebes hergeleitet:

$$\eta = \frac{TV_S}{P_D} = \frac{TV_S}{\left[ \frac{V_j^2}{2g}(1 + \zeta_{out}) - \frac{V_S^2}{2g}(1 - \zeta_{in} - \bar{h}) \right] \rho g F_p V_j \beta} \eta_{wheel} \quad (14.14)$$

oder

$$\eta = \frac{C_T}{\left[ \bar{V}_j^2 (1 + \zeta_{out}) - (1 - \zeta_{in} - \bar{h}) \right] \bar{V}_j \beta} \eta_{wheel} \quad (14.15)$$

wobei  $C_T = \frac{2T}{\rho V_S^2 F_p}$  der Schubbelastungsgrad des Wasserstrahlantriebes und  $\bar{V}_j = \frac{V_j}{V_S}$  der Parameter der Vergrößerung der Wasserstrahlgeschwindigkeit sind. Der Wirkungsgrad des Wasserstrahlantriebes kann als das Produkt des Wirkungsgrades der Pumpe  $\eta_{wheel}$  und des Wirkungsgrades des Wasserkanals geschrieben werden

$$\eta = \eta_{wk} \eta_{wheel}, \quad (14.16)$$

Der Wirkungsgrad des Wasserkanals wird in Abb. 14.2 in Abhängigkeit vom Verhältnis  $C_T / \beta$  abgebildet. Dabei wird gezeigt, dass für  $\zeta + \bar{h} > 0$  zu jedem Schubbelastungsgrad  $C_T$  eine optimale Düsenkontraktion  $\beta_{opt}$  gehört, bei der der Wirkungsgrad  $\eta_{wk}$  den größten Wert erreicht.

Für moderate Geschwindigkeiten ist der Wirkungsgrad des Wasserstrahlantriebes wesentlich geringer als der Wirkungsgrad eines Propellers. Anwendung findet der Wasserstrahltrieb in diesem Fall vor allem in besonderen Einsatzgebieten wie zum Beispiel flaches Fahrwasser.

Mit größer werdender Geschwindigkeit nimmt  $\eta_{wk}$  zu, während  $\eta_{wheel}$ , falls die Kavitation beseitigt wird, etwa konstant bleibt. Gleichzeitig nimmt der Wirkungsgrad  $\eta$  des Wasserstrahlantriebes zu. Ab einer bestimmten Geschwindigkeit  $V > V^*$  wird der Wirkungsgrad des Wasserstrahlantriebes höher als der des Propellers. Abbildung 14.3 zeigt den Vergleich von verschiedenen Antrieben für ein schnelles Schiff<sup>19</sup>. Man sieht, dass der Wasserstrahltrieb ab einer Geschwindigkeit von etwa 30 - 40 Knoten effizienter als der Propeller ist. Der größte Wirkungsgrad des Wasserstrahlantriebes  $\eta_{max}$  kann den Wert von 0.70-0.75 erreichen.

<sup>19</sup> Nach anderen Angaben nimmt die Effizienz der Surface Piercing Propeller mit größer werdender Geschwindigkeit weiter zu und bei einer bestimmten Geschwindigkeit übertrifft sie die Effizienz des Wasserstrahlantriebes (siehe z.B. [28]).

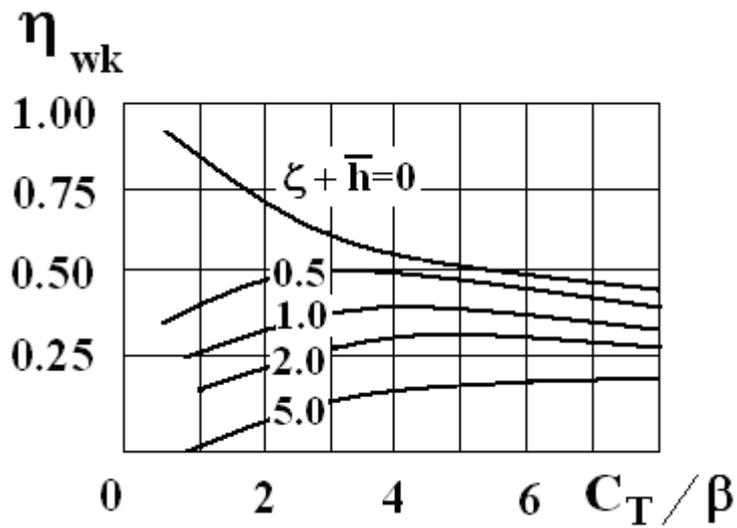


Abbildung 14.2: Wirkungsgrad des Wasserkanals in Abhängigkeit vom Verhältnis  $C_T/\beta$

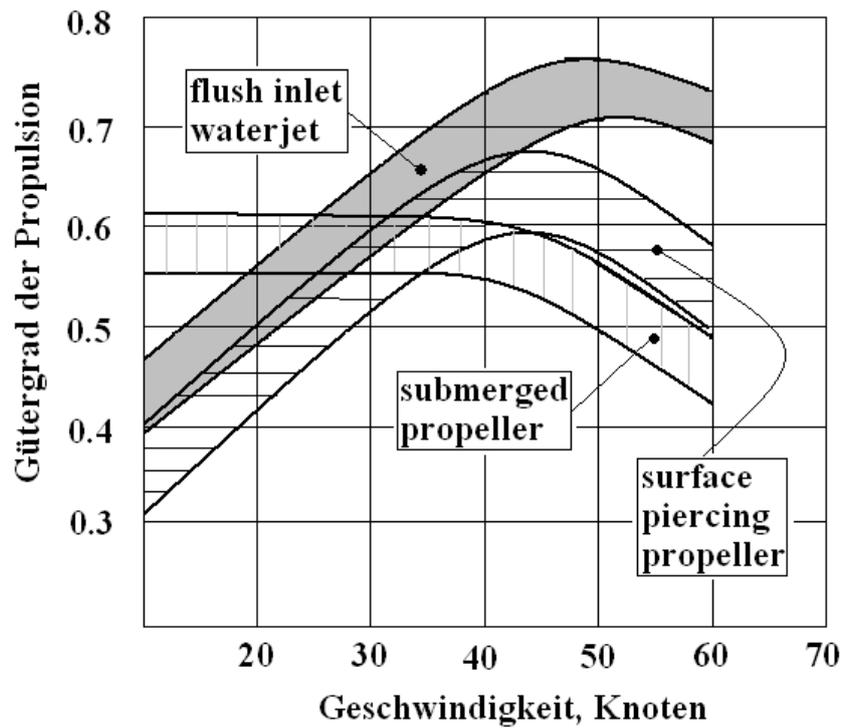


Abbildung 14.3: Vergleich der Effizienz von verschiedenen Antrieben für ein schnelles Schiff [15]

## Übung

Berechnen Sie die Nutzleistung und den Wirkungsgrad eines Wasserstrahlantriebes bei folgenden Bedingungen:

- Der Antrieb erzeugt den Schub von 100 kN. Die Wechselwirkung zwischen dem Rumpf und dem Wasserstrahlantrieb kann in der ersten Näherung vernachlässigt werden.
- die Schiffsgeschwindigkeit beträgt 19.4 Kn.
- der Durchmesser des Düsenquerschnittes ist 1 m.
- Das Auslassrohr ist zylindrisch. Damit kann die Strahlkontraktion vernachlässigt werden.
- Die Höhe  $h$  des Wasserhebens beträgt 0.5 m.
- Die Beiwerte der hydraulischen Verluste betragen  $\zeta_{in} = 0.15, \zeta_{out} = 0.02$ .
- Der Wirkungsgrad der Pumpe  $\eta_{wheel}$  beträgt 0.8.

## Literatur

1. Abdel-Maksoud M., Bschorer S., Scheuerer G., Numerische Berechnung der viskosen Strömung um einen rotierenden Propeller, 91.STG-Hauptversammlung Bremen, 1996.
2. Achkinadse A.S., Berg A., Krasilnikov V.I., and Stepanov I., Numerical analysis of podded and steering systems using a velocity based source boundary element method with modified trailing edge. SNAME Symposium "Propellers/Shafting 2003", 17-18 September 2003, Virginia Beach, USA, pp.12/1-12/22.
3. Achkinadse A.S., Krasilnikov V.I., A new velocity based BEM for Analysis of Non-Cavitating and Cavitating Propellers and Foils, Oceanic Engineering International, Vol.7, No. 1, 2003, 33-47.
4. Andersen P., Breslin J.P., Hydrodynamics of ship propellers, Cambridge Univ. Press, 1995.
5. Artjuschkov L.S., Achkinadse A.S., Russetsky A.A., Schiffsantriebe, Leningrad, Sudostroenie, 1988, S. 295 (in Russisch).
6. Bertram, Practical Ship Hydrodynamics, Butterworth-Heinemann, 2000. p.288.
7. Bronsart R., Widerstand und Propulsion, Vorlesungsskript, Universität Rostock.
8. Ferziger J.H., Peric M., Computational methods for Fluid Dynamics, Springer, 2002, 423 p.
9. Greeley D.S., and Kerwin J., Numerical methods for propeller design and analysis in steady flow, SNAME Transactions, Vol.90, 1982.
10. Handbuch der Werften, Band XIII, Hansa, 1984.
11. Handbuch für Schiffstheorie, Band I, Leningrad, Sudostroenie, 1985.
12. Hess J.L., and Smith, A.M.O, Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies, Journal of Ship Research, Vol.8, No.2, Sept. 1964.
13. Hess J.L., and Valarezo, A.M.O, Calculation of steady flow around propellers by means of a surface panel method, Proc. 23<sup>rd</sup> Aerospace Sciences Meeting, AIAA, Reno, Nev., Jan. 1985.
14. Hollenbach U., Model Testing of Propulsion Improving Devices (PID) at HSVA, HSVA Newswave 2008/2.
15. Hull Form and Propulsor Technology for High Speed Sealift, Edited by: Chris B. Mckesson, PE John J. McMullen associates Inc., 1997.
16. Isay, W.H., Propellertheorie, hydrodynamische Probleme, Springer, 1970.
17. Isay, W.H., Kavitation, Hansa Verlag, 1989.
18. Katz J., Plotkin A. Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods, McGraw-Hill, 1991.
19. Kawamura T., Watanabe, T., and Shin Hyung Rhee, Fluent news, Spring 2005, NL579,s. 14.

20. Kerwin J., Kinnas S., Lee J.T., and Shih W.Z. A surface panel Method for the hydrodynamic Analysis of Ducted Propellers, SNAME Transactions, Vol.95, 1987, 93-122
21. Kornev N., Schiffstheorie I, Shaker Verlag, 2009, 159 S.
22. Krüger S., Grundlagen der Propulsion, Vorlesungsskript, Technische Universität Hamburg Harburg, 2004, 27 S.
23. Marine Propeller, Application Briefs from Fluent. Ex. 212, 2003.
24. Menter, F.: Zonal two equation k -  $\epsilon$  turbulence models for aerodynamics flows. AIAA-paper.1993–2906, (1993)
25. Menter, F.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA J. 38(8), 1598–1605 (1994)
26. Morino L., Kuo C.C., Subsonic potential aerodynamics for complex configurations: A general theory, AIAA Journal, Vol.12, No. 2, 1974, 191-197.
27. Poehls H., Entwurfsgrundlagen für Schraubenpropeller, Hamburg, Institut für Schiffbau, Vorlesungsmanuskript 27, 1984.
28. Rose J.C., 1993, Combination surface propeller and water jet systems, Pr. of the 3rd International Design Symposium on Yacht and Small Craft Design, Chianciano Terme, Italy.
29. Rozhdestvensky K., Asymptotische Methoden in der Schiffshydronechanik, Lehrbuch, Schiffbauinstitut, Leningrad, 1984, S. 81 (in Russisch).
30. Schneekluth H., Hydromechanik zum Schiffsentwurf, Herford-Koehler, 1988.
31. Schottel for the shipping world. [www.schottel.de](http://www.schottel.de)
32. Seibert W., Kaufmann F. and Gill A., Application of Computational Fluid Dynamics (CFD) in Shipbuilding, Fluent Technical Notes, TN 193, 2002.
33. Streckwall H., Lücke T., Simulation von Propulsionsversuchen mittels viskoser Berechnungen zur Ergänzung der herkömmlichen Versuchsauswertung, Forschungsbericht 299/2003, Forschungszentrum des Deutschen Schiffbaus e.V.
34. Thomson J.F., Warsi Z.U.A., Mastin C.W., Numerical grid generation-foundations and applications, Elsevier, 1985.